

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Чорноморський національний університет**  
**імені Петра Могили**  
**Факультет комп'ютерних наук**  
**Кафедра інтелектуальних інформаційних систем**

**ДОПУЩЕНО ДО ЗАХИСТУ**  
Завідувач кафедри інтелектуальних  
інформаційних систем, д-р техн. наук, проф.  
\_\_\_\_\_ Ю. П. Кондратенко  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2022 р.

**МАГІСТЕРСЬКА КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА**

**РЕКОМЕНДАЦІЙНА СИСТЕМА ДЛЯ ВИБОРУ**  
**МОБІЛЬНИХ ПРИСТРОЇВ НА ОСНОВІ МЕТОДІВ**  
**ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ**

Спеціальність 124 «Системний аналіз»

**124 – МКР – 607.21610224**

Студент \_\_\_\_\_ Д. О. Таранчук  
«16» лютого 2022 р.

Консультант \_\_\_\_\_ Г. В. Кондратенко  
кандидат технічних наук, доцент  
«16» лютого 2022 р.

**Миколаїв – 2022**

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1. АНАЛІЗ ОБРАНОЇ ПРЕДМЕТНОЇ СФЕРИ .....	5
1.1 Поняття мобільного пристрою, його види, загальні теоретичні засади.....	5
1.2 Методи оцінювання альтернатив .....	8
1.3 Аналіз публікацій і аналогів .....	10
1.4 Постановка задачі.....	11
2 ДОСЛІДЖЕННЯ ПІДХОДІВ ТА МЕТОДІВ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ .....	13
2.1 Прийняття рішень в умовах ризику .....	13
2.2 Прийняття рішень в умовах невизначеності .....	14
2.3 Нечіткий підхід при оцінюванні альтернатив.....	21
2.4 Багатокритерійні методи прийняття рішень при оцінюванні альтернати .....	24
3 ВИБІР МОБІЛЬНИХ ТЕЛЕФОНІВ МЕТОДАМИ БАГАТОКРИТЕРІЙНОГО ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ.....	36
3.1 Визначення компетентності експертів.....	36
3.2 Формування експертних оцінок альтернатив з урахуванням компетентності експертів.....	40
3.3 Оцінка відносної важливості (формування ваги) критеріїв .....	43
3.4 Virішення задачі оцінювання мобільних пристроїв на основі VIKOR.....	45
3.5 Virішення задачі оцінювання мобільних пристроїв на основі TOPSIS .....	47
3.6 Virішення задачі оцінювання мобільних пристроїв на основі ELECTRE .....	50
3.7 Virішення задачі оцінювання мобільних пристроїв на основі MOORA.....	55
3.8 Virішення задачі оцінювання мобільних пристроїв на основі SAW .....	58
3.9 Аналіз отриманих результатів .....	60
3.10 Опис розробленої рекомендаційної системи .....	61
4 МЕТОДИЧНА ЧАСТИНА .....	64
5 ОХОРОНА ПРАЦІ .....	71
ВИСНОВКИ.....	80
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	82

# **Пояснювальна записка**

**до магістерської кваліфікаційної роботи**

на тему:

## **«РЕКОМЕНДАЦІЙНА СИСТЕМА ДЛЯ ВИБОРУ МОБІЛЬНИХ ПРИСТРОЇВ НА ОСНОВІ МЕТОДІВ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ»**

Спеціальність 124 «Системний аналіз»

**124 – МКР – 607.21610224**

Студент \_\_\_\_\_ Д. О. Таранчук  
«16» лютого 2022 р.

Консультант \_\_\_\_\_ Г. В. Кондратенко  
кандидат технічних наук, доцент  
«16» лютого 2022 р.

**Миколаїв – 2022**

## ВСТУП

*Актуальність* дослідження визначається складністю формування оцінки та вибору мобільного пристрою через різноманіття та багатогранність відомої інформації про можливі альтернативи, складністю виділення найбільш важливих та впливових критеріїв для подальшого прийняття рішень.

*Метою роботи* є формування рекомендацій з вибору мобільних пристроїв на основі методів прийняття рішень.

*Об'єктом дослідження* є процес прийняття рішень в багатокритерійних задачах.

*Предметом* дослідження є методи прийняття рішень при оцінюванні та виборі мобільних пристроїв.

Для досягнення зазначеної мети необхідно виконати такі *завдання*:

- 1) провести аналіз предметної області;
- 2) дослідити методи та підходи для багатокритерійного вибору альтернатив;
- 3) визначити множину критеріїв для оцінювання та альтернатив;
- 4) розробити рекомендаційну систему для оцінювання мобільних пристроїв на основі обраних методів, проаналізувати результати її роботи.

## 1 АНАЛІЗ ПРЕДМЕТНОЇ СФЕРИ

### 1.1 Поняття мобільного пристрою, його види, загальні теоретичні засади

Цифровий мобільний пристрій – це будь-який невеликий пристрій, який зазвичай містить дисплей та мініатюрну клавіатуру (пізніше був винайдений сенсорний екран із віртуальною клавіатурою). Спочатку це були переважно кишенькові пристрої, але різноманітність таких пристроїв постійно збільшується. Пристрої стають більш гнучкими і можуть виконувати різні функції, такі як записування та відтворення мультимедіа, підключення до відеочатів, підключення до Інтернету, функції оплати.

Мобільні пристрої мають операційну систему (ОС) і можуть запускати різні програми, відомі як мобільні програми. Більшість з них також оснащені різними типами (Wi-Fi, Bluetooth, GPS), які дозволяють підключатися до комп'ютерних мереж або інших аналогічних пристроїв або, наприклад, навушників. Вони часто оснащені однією або двома мініатюрними цифровими камерами, а їхнє харчування забезпечується літєвою батареєю.

Приклад раннього мобільного пристрою є персональним цифровим помічником (PDA, англ. Personal Digital Assistant), також відомий як Pocket PC. У перше десятиліття після 2000 року до мобільних пристроїв було додано смартфони, планшети та пристрої для читання електронних книг. Як інтерфейс користувача все частіше використовуються сенсорні екрани, а функціональні можливості розширюються, щоб охопити настільні комп'ютери і ноутбуки. Додані нові функції, такі як зчитувачі штрих-коду, RFID та зчитувачі смарт-карт. До 2010 року додані акселерометри, компаси, магнітометри та гіроскопи, що дозволяють реагувати на рух та визначати орієнтацію. Методи біометричної ідентифікації, такі як розпізнавання облич або відбитків пальців, стають дедалі популярнішими.

Виробниками мобільних пристроїв є HTC, LG, Motorola, Samsung, Apple та багато інших. У 2013 році 24% підключених мобільних пристроїв (в основному планшетів та смартфонів) у світі знаходилися в Китаї.

Розглянемо більш детально саме мобільні телефони.

Мобільний телефон, представляє собою автономний мобільний телефон, призначений для роботи в мережах стільникового зв'язку; використовує приймач радіодіапазону і традиційну телефонну комутацію для здійснення телефонного зв'язку на території зони покриття мережі.

Наприкінці 1980-х років, із запуском першого телефону GSM, мобільні телефони продемонстрували швидку еволюцію в міру розвитку поколінь. Його народження в поєднанні з його швидким і широким поширенням можна вважати одним із найбільш значущих подій у контексті історії комунікації та інформаційних технологій за останні два десятиліття [1]. Крім того, загальна кількість мобільних телефонів продовжуватиме стрімко зростати, частково завдяки успіху мобільного зв'язку. Очікується, що подібна ситуація буде, коли системи наступного покоління, такі як UMTS (Universal Mobile Telecommunications Systems), з'являться частіше; оскільки системи 3G (третього покоління) надають додаткові послуги та високі обчислювальні можливості.

За даними дослідження, проведеного із провідних дилерів на ринку мобільного зв'язку України, за перше півріччя 2006 року обсяг продажів становив 5,6 мільйонів апаратів на суму 917 мільйонів американських доларів.

При цьому у кредит було продано 318 тисяч телефонів чи 5,6 % від сумарного кількості проданих стільникових телефонів, що 73 мільйона доларів чи 8 % із виторгу від сумарного обсягу продажів.

Середня вартість мобільного телефону, становила 163 долара. Середня ціна телефону, проданого за готівку — 159 доларів, а телефону, проданого в кредит, — 230 доларів. Тобто, середня вартість телефону, проданого в кредит, вище середньої вартості телефону, проданого за готівку, на 45 %.

За оцінками аналітиків, кількість проданих в роздріб мобільних телефонів за увесь час роботи стільникового зв'язку в Україні по II-й квартал 2006 року включно становило близько 25 мільйонів штук. При цьому кількість абонентів мобільного зв'язку, за даними операторів, на кінець II-го кварталу становило майже 36 мільйонів.

Найбільшу кількість стільникових телефонів було продано в роздріб у Донецькій та областях, найменшу — у Вінницькій області. Частка продажів стільникових телефонів в роздріб в Київській області, включаючи Київ, становила близько 13 % від сумарних продажів їх у Україні.

При підготовці звіту було враховано дані по всьому роздрібному ринку стільникових телефонів в Україні, включаючи так звані «сірі» продажі.

«У грошовому виразі ринок мобільних телефонів за три квартали 2006 склав \$1 048,8 млн.», стверджує «AVentures Group». За цей час продано 6,9 млн. апаратів, що на 180 % більше показника за аналогічний період 2005 року.

Насправді, дослідження, проведені щодо зростання мобільних телефонів, підтвердили, що зараз у світі більше абонентів мобільних телефонів, ніж абонентів фіксованого зв'язку та, ймовірно, власників телевізорів [2]. З огляду на дані Wireless World Forum, кількість абонентів 3G у світі зростає з приблизно 45 мільйонів наприкінці 2004 року до 85 мільйонів у 2005 році. річні діти були власниками мобільних телефонів [3], і до 2001 року цей відсоток становив до 90% [4]. Туреччина впровадила технологію мобільного зв'язку в 1994 році. Відтоді кількість абонентів, особливо молодих абонентів, різко зросла. У 1994 році це число становило 80 000, а в 2000 році – 8 мільйонів [5]. Кількість опублікованих статей про використання мобільних телефонів за останні роки зросла паралельно з їх поширенням. У відповідній літературі мобільні телефони широко досліджуються від їхнього внеску в повсякденне життя до ергономічних характеристик, які впливають на їх прийняття. Загальною рисою цих досліджень є те, що вони зосереджені лише на характеристиках мобільних телефонів, які сприймаються кінцевими користувачами, або на характеристиках, пов'язаних з продуктом. Однак

ці дослідження мають на меті вивчити, а також аналітично оцінити різні альтернативи мобільних телефонів щодо характеристик, пов'язаних із користувачами та продуктами разом. Крім того, це перше дослідження, яке зосереджується на оцінці мобільних телефонів у Туреччині, де молодь становить більшу частину населення.

Оскільки мобільні телефони еволюціонували від ізольованої розкоші багатих людей до нової потреби мас, виробники почали розвивати свої стратегії продажу на основі споживчих переваг з часом [6]. Щоб привернути увагу до максимальної кількості споживачів у суспільстві, вони час від часу випускають на ринок різні типи телефонів. Великий обсяг продуктів на ринку відображає соціальний та фінансовий статус користувачів, а також їхні уподобання та ставлення до їх використання. У такому ринковому середовищі вибір мобільного телефону стає важливою проблемою для споживача, який повинен вибрати для себе найбільш підходящий телефон, незважаючи на те, що його цікавлять телефони з фіксованою ціною. З огляду на такі ідеї, вибір мобільного телефону можна розглядати як складну багатокритеріальну проблему прийняття рішень, оскільки очікування різних людей з різних функціональних сфер суспільства відрізняються. Отже, головна мета цієї роботи – запропонувати механізм для визначення найбільш підходящого мобільного телефону на ринку серед обраних альтернатив та критеріїв

## **1.2 Методи оцінювання альтернатив**

Багатокритерійне прийняття рішень (MCDM) означає знайти найкращу думку з усіх можливих альтернатив за наявності кількох, зазвичай суперечливих, критеріїв прийняття рішень. Основними класами сучасних методів можна вважати пріоритетні, випереджувальні, дистанційні та змішані методи [7]. Одним з найвидатніших підходів MCDM є процес аналітичної ієрархії (АНР) [8,9], який ґрунтується на отриманні відносних ваг серед факторів і загальних значень кожної альтернативи на основі цих ваг. Це дослідження використовує АНР для визначення вагових критеріїв на основі суб'єктивних суджень групи осіб, які приймають



рішення. Рейтинг кожної альтернативи та вага кожного критерію, які розраховуються за допомогою АНР, потім передаються в Техніку переваги замовлення за схожістю до ідеального рішення (TOPSIS), яка є методом MCDM на основі відстані [10]. Ця методика заснована на позитивних і негативно-ідеальних рішеннях, які визначаються відповідно до відстані кожної альтернативи до найкращої та найгіршої альтернативи.

Більшість багатокритеріальних методів вимагають визначення кількісних ваг для критеріїв, щоб оцінити відносну важливість різних критеріїв. У статті Марешаля розглядається стабільність результатів ранжування при зміні ваг критеріїв. Процедура аналізу чутливості визначає інтервали стабільності для ваг. Значення ваги одного критерію в межах інтервалу стабільності не змінюють результати, отримані з початковим набором ваг, оскільки всі інші вагові коефіцієнти мають початкові співвідношення. Wolters і Mareschal розглянули нові типи аналізу стабільності для адитивних методів MCDM, включаючи адитивну функцію корисності та методи випередження, такі як PROMETHEE (Brans et al., Olson). Однак компромісний метод ранжирування (званий VIKOR) не належить до цього класу методів, а скоріше визначає інтервали вагової стабільності, використовуючи методологію, представлену в Opricovic. Компромісне рішення проблеми з суперечливими критеріями може допомогти особам, які приймають рішення, прийняти остаточне рішення. Основу компромісного рішення заклали Yu і Zeleny. Компромісне рішення — це здійсненне рішення, яке є найближчим до ідеалу, а компромісне — угода, встановлена шляхом взаємних поступок. Метод VIKOR був представлений як один з застосовних методів для реалізації в MCDM (Opricovic). Метод TOPSIS визначає рішення з найкоротшою відстанню від ідеального рішення і найдовшою відстанню від негативно-ідеального рішення, але він не враховує відносну важливість цих відстаней (Hwang and Yoon; Yoon).

У своїй роботі Birgani та Yazdandoost [29] надали основу для нового підходу до вирішення проблем повеней у міських районах. У багатьох випадках через непередбачувані та рясні опади існуюча дренажна мережа не може прийняти

велику кількість опадів. З цієї причини, для вибору між кількома альтернативами каналізаційної системи, інтегрований підхід, який передбачає стійкість і застосування багатокритеріальних методів прийняття рішень, тобто адаптивного аналітичного ієрархічного процесу (АНП), ентропії та техніки порядку переваги була запропонована схожість з ідеальним рішенням (TOPSIS). Структура була застосована до тематичного дослідження частини міста Тегеран, Іран. Проблема повені в міській місцевості через рясні опади також обговорювалася в роботі [30]. На основі критеріїв стійкості, з використанням методу АНП для визначення ваг і методу ранжування переваг організації для збагачення оцінок II (PROMETHEE II) для остаточного рейтингу альтернатив було запропоновано основу для вибору оптимальної дренажної системи. Реалізація фреймворка була здійснена на прикладі міста Бурайда, Кассім, Саудівська Аравія.

### 1.3 Аналіз публікацій і аналогів

Аналіз існуючих методів і підходів показав, що перспективним напрямом у вирішенні задачі оцінювання та подальшого вибору мобільних пристроїв є комбінування класичних методів прийняття рішень з методами і підходами нечіткої логіки. Так, наприклад, в роботах Morteza Pakdin Amiri було запропоновано використання методу аналізу ієрархій (MAI) в поєднанні з методом Fuzzy TOPSIS для вибору інвестиційного проекту в нафтовидобувній галузі. В своїх роботах R. P. Mohanty застосував метод нечітких ієрархічних мереж для вибору та оцінки найкращого R&D-проекту. В дослідженнях Wen-Chin Chou та Yi-Ping Cheng пропонується використання методу Fuzzy VIKOR для оцінки функціонування веб-сайтів професіональних бухгалтерських фірм. Крім цього, актуальність даної теми підкріплюється нещодавніми дослідженнями Rosemary A. Norman, Alan J. Murphy, які розглядали багатокритерійну задачу пошуку оптимальної стратегії технічного обслуговування систем в суднобудівній промисловості за допомогою гібридних методів Delphi-MAI і Delphi-MAI-PROMETHEE.

Методи прийняття рішень є широко поширеними і загальноприйнятими при вирішенні задач. Методи прийняття рішень були закладені в багато програм. Так наприклад, Analytic Hierarchy Process (AHP) використовується в програмах Expert Choice і Criterium DecisionPlus. Багатокритерійні методи прийняття рішень використовуються в D-Sight (методи групи PROMETHEE) і в Criterium DecisionPlus (методи групи SMART). Також розвивається ПЗ, що спеціалізується на методах групової оцінки – Windows based Group Decision Support System (WINGDSS).

#### 1.4 Постановка задачі

Опишемо постановку задачі у наступному виді. Нехай задано множину мобільних пристроїв  $ST = \{ST_1, ST_2, \dots, ST_n\}$ , які потрібно оцінити і упорядкувати їх за важливістю. Для їх оцінювання необхідно мати множину критеріїв  $Q = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_n\}$ .

*Актуальність* дослідження визначається складністю формування оцінки та вибору мобільного пристрою через різноманіття та багатогранність відомої інформації про можливі альтернативи, складністю виділення найбільш важливих та впливових критеріїв для подальшого прийняття рішень.

*Метою* є синтез технології оцінки мобільних пристроїв на основі методів прийняття рішень з урахуванням великої кількості критеріїв та компетентності експертів.

*Об'єктом* процес прийняття рішень в багатокритерійній задачі оцінки мобільних пристроїв.

*Предметом* дослідження є багатокритерійні методи прийняття рішень.

Для досягнення зазначеної мети необхідно виконати такі завдання:

- 1) Провести аналіз предметної області, а саме дослідити поняття мобільних пристроїв, визначити головні аспекти їх оцінювання, а також проаналізувати літературу та наукові публікації.

- 2) Дослідити поняття багатокритерійного прийняття рішень, прийняття рішень в умовах ризику та невизначеності, методи та підходи багатокритерійного ранжування альтернатив.
- 3) Сформулювати модель прийняття рішень на основі MCDM-методів.
- 4) Виділити множину критеріїв для оцінювання, визначити їх ваги порівняти мобільні пристрої за цими критеріями, врахувавши компетентність експертів.
- 5) Розробити СППР для оцінювання мобільних пристроїв на основі обраних методів, проаналізувати результати її роботи.

## 2 ДОСЛІДЖЕННЯ ПІДХОДІВ ТА МЕТОДІВ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

### 2.1 Прийняття рішень в умовах ризику

Зазвичай найкращий спосіб дій обирається в умовах ризику чи невизначеності. Наслідки прийняття рішення залежать від майбутнього розвитку подій, який може мати місце за різних сценаріїв. Можна усвідомити кожен ситуацію з певною відомою (ризик) або невідомою (невизначеністю) ймовірністю. Для формалізації таких завдань зазвичай складається таблиця, в якій рядки відповідають доступним рішенням, можливим ситуаціям стовпців, а на перетині рядків і стовпців наслідки, пов'язані з виконанням цього рішення. Виконуються сценарії кількісної оцінки. Такі оцінки можуть мати як позитивні характеристики (дохід, прибуток, корисний ефект, корисність), так і негативні (збитки, збитки, помилки).

Теорія прийняття рішень в умовах ризику і невизначеності ґрунтується на наступних вихідних положеннях:

Об'єкт ухвалення рішення чітко детермінований і по ньому відомі основні з можливих факторів ризику.

По об'єкту прийняття рішення обраний показник, який найкращим чином характеризує ефективність цього рішення. За короткостроковими фінансовими операціями таким показником обирається зазвичай сума або рівень чистого прибутку, а за довгостроковими – чистий приведений дохід або внутрішня ставка прибутковості.

По об'єкту прийняття рішення обраний показник, що характеризує рівень його ризику. Фінансовий ризик характеризується зазвичай ступенем можливого відхилення очікуваного показника ефективності (чистого прибутку, чистого приведенного доходу і т.д.) від середньої або очікуваної його величини.

Є кінцеве кількість альтернатив прийняття рішення (кінцеве кількість альтернативних реальних інвестиційних проектів, конкретних цінних паперів, способів здійснення певної фінансової операції і т.п.)

Є кінцеве число ситуацій розвитку події під впливом зміни факторів ризику. У фінансовому менеджменті кожна з таких ситуацій характеризує одне з можливих майбутніх станів зовнішнього фінансового середовища під впливом змін окремих факторів ризику. Число таких ситуацій в процесі прийняття рішень має бути детерміновано в діапазоні від вкрай сприятливих (найбільш оптимістична ситуація) до вкрай несприятливих (найбільш песимістична ситуація).

По кожному поєднанню альтернатив прийняття рішень і ситуацій розвитку події може бути визначений кінцевий показник ефективності рішення (конкретне значення суми чистого прибутку, чистого приведенного доходу і т.д., що відповідає даному поєднанню).

По кожній з ситуації, що розглядається можлива або неможлива оцінка ймовірності її реалізації. Можливість здійснення оцінки ймовірності розділяє всю систему прийнятих ризикових рішень на раніше розглянуті умови їх обґрунтування («умови ризику» або «умови невизначеності»).

Вибір рішення здійснюється за найкращою з розглянутих альтернатив.

Щоб вибрати найкраще рішення в умовах ризику, коли відомі ймовірності реалізації всіх варіантів, визначають шлях дій, який може бути пов'язаний з найкращим результатом. Для цього використовується стандартна формула математичного сподівання:

$$\sum_{\text{сценарій}} \text{результат}(\text{дія, сценарій}) \cdot \text{ймовірність}(\text{сценарій}).$$

І потрібно вибрати варіант, який забезпечує найбільший очікуваний позитивний результат або найменший очікуваний негативний результат (критерій оптимальності при прийнятті рішень в умовах ризику).

## 2.2 Прийняття рішень в умовах невизначеності

Засноване на тому, що ймовірності різних варіантів ситуацій розвитку подій суб'єкту, який приймає ризикове рішення, невідомі. В цьому випадку при виборі альтернативи прийнятого рішення суб'єкт керується, з одного боку, своїм

ризиковим перевагою, а з іншого – відповідним критерієм вибору з усіх альтернатив по складеній ним «матриці рішень».

Насамперед відзначимо принципову відмінність між стохастичними чинниками, приводять до прийняття рішення в умовах нишпорячи, і невизначеними факторами, що приводять до прийняття рішення в умовах невизначеності. І ті, і інші призводять до розкиду можливих результатів результатів управління. Але стохастичні чинники повністю описуються відомої стохастичною інформацією, ця інформація і дозволяє вибрати краще в середньому рішення. Стосовно до невизначеним факторів подібна інформація відсутня.

Теорія статистичних рішень пропонує кілька критеріїв оптимальності вибору рішень. Вибір того чи іншого критерію неформалізований, він здійснюється людиною, яка приймає рішення, суб'єктивно, виходячи з його досвіду, інтуїції і т. д. Розглянемо ці критерії.

*Критерій середнього виграшу.*

Цей критерій передбачає завдання ймовірностей стану обстановки  $P_j$ . Ефективність системи оцінюється як середнє очікуване значення оцінок ефективності по всіх станах обстановки:

$$K(a_i) = \sum_{j=1}^l P_j k_{ij}, i = \overline{1, m}. \quad (2.1)$$

Оптимальній системі буде відповідати ефективність

$$K^{opt} = \max_i \sum_{j=1}^l P_j k_{ij}, i = \overline{1, m}. \quad (2.2)$$

*Критерій мінімакса.*

$$K(a_i) = \max_j \Delta k_{ij}, K^{opt} = \min_i (\max_j \Delta k_{ij}). \quad (2.3)$$

### *Критерій максимакс.*

Цим критерієм пропонується оцінювати системи за максимальним значенням ефективності і вибирати в якості оптимального рішення, що досліджують, ефективність з найбільшим з максимумів:

$$\begin{aligned} K(a_i) &= \max_j k_{ij}, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, l}, \\ K^{om} &= \max_i (\max_j k_{ij}), i = \overline{1, m}, j = \overline{1, l}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Це найоптимістичне рішення. При цьому ризик *max*.

### *Критерій Лапласа.*

Оскільки ймовірності виникнення тієї чи іншої ситуації  $y_j$  невідомі, будемо їх все вважати рівноймовірними. Тоді для кожного рядка матриці виграшів підраховується середнє арифметичне значення оцінок. Оптимальному рішенню буде відповідати таке рішення, якому відповідає максимальне значення цього середнього арифметичного, тобто

$$\bar{F} = F(\bar{X}, Y) = \max_{1 \leq i \leq m} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_{ij}. \quad (2.5)$$

### *Критерій Вальда.*

У кожному рядку матриці вибираємо мінімальну оцінку. Оптимальному рішенню відповідає таке рішення, якому відповідає би максимум цього мінімуму, тобто

$$\bar{F} = F(\bar{X}, Y) = \max_{1 \leq i \leq m} \min_{1 \leq j \leq n} a_{ij}. \quad (2.6)$$

Цей критерій дуже обережний. Він орієнтований на найгірші умови, тільки серед яких і відшукується найкращий і тепер уже гарантований результат.

### *Критерій Севіджа.*

У кожному стовпці матриці знаходиться максимальна оцінка

$$\max_{1 \leq i \leq m} a_{ij} \quad (2.7)$$



і складається нова матриця, елементи якої визначаються співвідношенням

$$r_{ij} = \max_{1 \leq i \leq m} a_j - a_{ij}. \quad (2.8)$$

Величину  $r_{ij}$  називають ризиком, під яким розуміють різницю між максимальним виграшем, який мав би місце, якби було достовірно відомо, що настане ситуація  $y_j$ , і виграшем при виборі рішення в умовах  $y_j$ .

Ця нова матриця називається матрицею ризиків. Далі з матриці ризиків вибирають таке рішення, при якому величина ризику приймає найменше значення в найнесприятливій ситуації

$$\bar{F} = F(\bar{X}, Y) = \min_{1 \leq i \leq m} \max_{1 \leq j \leq n} = \min_{1 \leq i \leq m} \max_{1 \leq j \leq n} (\max_{1 \leq i \leq m} a_{ij} - a_{ij}). \quad (2.9)$$

Сутність цього критерію полягає в мінімізації ризику. Як і критерій Вальда, критерій Севіджа дуже обережний. Вони розрізняються різним розумінням гіршої ситуації: в першому випадку – це мінімальний виграш, у другому – максимальна втрата виграшу в порівнянні з тим, чого можна було б досягти в даних умовах.

#### *Критерій Гурвіца.*

Вводиться деякий коефіцієнт  $\alpha$ , званий «Коефіцієнтом оптимізму»,  $0 \leq \alpha \leq 1$ . У кожному рядку матриці виграшів знаходиться найбільша оцінка  $\max_{1 \leq i \leq n} a_{ij}$  і найменша  $\min_{1 \leq i \leq n} a_{ij}$ . Вони множаться відповідно на  $\alpha$  і  $(\alpha - 1)$ , а потім обчислюється їх сума. Оптимальному рішенню буде відповідати таке рішення, якому відповідає максимум цієї суми, тобто

$$\bar{F} = F(\bar{X}, Y) = \max_{1 \leq i \leq m} [\alpha \max_{1 \leq j \leq n} a_{ij} + (1 - \alpha) \min_{1 \leq j \leq n} a_{ij}]. \quad (2.10)$$

При  $\alpha = 0$  критерій Гурвіца трансформується в критерій Вальда. Це випадок крайнього «песимізму». При  $\alpha = 1$  (випадок крайнього «оптимізму») людина, що приймає рішення, розраховує на те, що йому буде супроводжувати найсприятливіша ситуація. «Коефіцієнт оптимізму»  $\alpha$  призначається суб'єктивно, виходячи з досвіду, інтуїції і т.д. Чим більше небезпечна ситуація, тим більш

обережним повинен бути підхід до вибору рішення і тим менше значення присвоюється коефіцієнту.

*Критерій Ходжа-Лемана.*

Цей критерій спирається одночасно на ММ-критерій і критерій Баєса-Лапласа. За допомогою параметра  $\nu$  виражається ступінь довіри до використовуваному розподілів ймовірностей. Якщо довіру велике, то домінує критерій Баєса-Лапласа, в іншому випадку – ММ-критерій, тобто ми шукаємо:

$$\max_i e_{ir} = \max_i \left\{ \nu \sum_{j=1}^n e_{ij} q_i + (1 - \nu) \min_j e_{ir} \right\}, 0 \leq \nu \leq 1. \quad (2.11)$$

Правило вибору, відповідне критерію Ходжа-Лемана, формується таким чином: матриця рішень  $\|e_{ij}\|$  доповнюється стовпцем, складеним із середніх зважених (з вагою  $\nu \equiv const$ ) математичного очікування і найменшого результату кожного рядка. Відбираються ті варіанти рішень в рядках, якого є найбільше значення цього стовпця.

При  $\nu = 1$  критерій Ходжа-Лемана переходить в критерій Байєса-Лапласа, а при  $\nu = 0$  стає мінімаксом.

Вибір  $\nu$  суб'єктивний, тому що ступінь достовірності будь-якої функції розподілу – справа темна.

Для застосування критерію Ходжа-Лемана бажано, щоб ситуація в якій приймається рішення, задовольняла властивостям:

- 1) Ймовірності появи стану  $F_j$  невідомі, але є деякі припущення про можливий розподіл ймовірностей.
- 2) Прийняте рішення теоретично допускає нескінченно багато реалізацій.
- 3) При малих числах реалізації допускається деякий ризик.

*Критерій Гермейера.*

Цей критерій орієнтований на величину втрат, тобто на негативні значення всіх  $e_{ij}$ . При цьому:

$$\max_i e_{ir} = \max_i \min_j e_{ij} q_j. \quad (2.12)$$

Оскільки в господарських завданнях переважно мають справу з цінами і витратами, умова  $e_{ij} < 0$  зазвичай виконується. У разі ж, коли серед величин  $e_{ij}$  зустрічаються і позитивні значення, можна перейти до строго від'ємних показників за допомогою перетворення  $e_{ij} - \alpha$  при відповідному певном чином  $\alpha > 0$ . При цьому оптимальний варіант рішення залежить від  $\alpha$ .

Правило вибору відповідно до критерію Гермейера формулюється наступним чином:

Матриця рішень  $\|e_{ij}\|$  одним стовпцем, що містить у кожному рядку найменший добуток наявного у ній результату на ймовірність відповідного стану  $F_j$ . Вибираються ті варіанти, в рядках яких знаходиться найбільше значення  $e_{ij}$  цього стовпчика.

В якомусь сенсі критерій Гермейера узагальнює ММ-критерій: в випадку рівномірного розподілу  $q_j = \frac{1}{n}$ ,  $j = 1, \dots, n$ , вони стають ідентичними.

Умови його застосовності такі:

- 1) Ймовірності появи стану  $F_j$  невідомі.
- 2) З появою тих чи інших станів, окремо або в комплексі, необхідно рахуватися.
- 3) Допускається деякий ризик.
- 4) Рішення може реалізуватися один або кілька разів.

Якщо функція розподілу відома не дуже надійно, а числа реалізації малі, то, слідуючи критерієм Гермейера, отримують, взагалі кажучи, невиправдано великий ризик.

*BL(MM)-критерій.* Прагнення отримати критерії, які б краще пристосувалися до наявної ситуації, ніж всі досі розглянуті, привело до побудови так званих комбінованих критеріїв.

Як приклад, розглянемо критерій, отриманий шляхом об'єднання критеріїв Байєса-Лапласа і мінімакса. Правило вибору для цього критерію формулюється чином: матриця рішень  $\|e_{ij}\|$  доповнюється ще трьома стовпцями. У першому з них записуються математичні очікування кожного з рядків, у другому – різницю між опорним значенням

$$e_{i_0j_0} = \max_i \max_j e_{ij}. \quad (2.13)$$

і найменшим значенням  $\min_j e_{ij}$  відповідного рядка. У третьому стовпці містяться різниці між максимальним значенням  $\max_j e_{ij}$  кожного рядка і найбільшим значенням  $\max e_{i_0j}$  тієї комірки, в якій знаходиться значення.

Вибираються ті варіанти, рядки яких (при дотриманні наведених нижче співвідношень між елементами другого та третього стовпців) дають найбільше математичне очікування. А саме, відповідне значення  $e_{i_0j} - \max_j e_{ij}$  з другого стовбчика має бути або дорівнює деякому заздалегідь заданому рівнем ризику  $\varepsilon_{дон}$ . Значення ж з третього стовбчика має бути більше значення з другого стовбчика.

Застосування цього критерію зумовлено наступними ознаками ситуації, в якій приймається рішення:

1) Ймовірності появи станів  $F_j$  невідомі, проте є деяка апіорна інформація на користь якого-небудь певного розподілу.

2) Необхідно рахуватися з появою різних станів як по окремо, так і в комплексі.

3) Допускається обмежений ризик.

4) Прийняте рішення реалізується один раз або багаторазово.

VL(ММ) критерій добре пристосований для побудови практичних рішень перш за все в області техніки і може вважатися досить надійним. Однак задані межі ризику  $\varepsilon_{дон}$  і, відповідно, оцінок ризику  $\varepsilon_i$  не враховують ні число застосування

рішення, ні іншу подібну інформацію. Вплив суб'єктивного фактора хоча і ослаблений, але не виключено повністю.

Умова:

$$\max_j e_{ij} - \max_j e_{i_0j} \geq \varepsilon_i \quad (2.14)$$

істотна в тих випадках, коли рішення реалізується тільки один або мале число раз. У цих умовах недостатньо орієнтуватися на ризик, пов'язаний тільки з невігідними зовнішніми станами і середніми значеннями. Через це, правда, можна понести деякі втрати в вдалих зовнішніх станах. При великому числі реалізацій, ця умова перестає бути важливою. Воно навіть допускає розумні альтернативи. При цьому не відомо, однак, чітких кількісних вказівок, в яких випадках цю умову слід було б опустити.

### 2.3 Нечіткий підхід при оцінюванні альтернатив

Інформація про більшість реальних об'єктів в основному подана в нечіткому та розмитому вигляді і має місце ситуація, коли досить точно відомі лише межі значень показника, в яких він може змінюватися, але при цьому відсутня будь-яка кількісна або якісна інформація про можливість чи ймовірності реалізації різних його значень усередині заданого інтервалу. В такому випадку, застосовують методи теорії нечітких множин та нечіткої логіки, що дозволяють працювати з невизначеністю.

Наприклад, для обробки неточних кількісних показників застосовуються трикутні числа, а при ранжуванні – операції над нечіткими множинами та числами.

Нечіткі множини та нечітка логіка – це потужний математичний інструмент для моделювання та обробки неоднозначності та невизначеності в процесі прийняття рішень.

Нехай на множині тверджень  $X$  визначена нечітка підмножина  $\tilde{A}$ , що характеризується функцією належності  $\mu_{\tilde{A}}(x)$ , значення якої лежить в межах інтервала  $[0,1]$ . Значення функції  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  характеризує ступінь приналежності  $x$  до

нечіткої множини  $\tilde{A}$ . Трикутне нечітке число  $\tilde{A}$  може бути представлене у вигляді  $(a_1, a_2, a_3)$ , як показано на рис. 2.1.

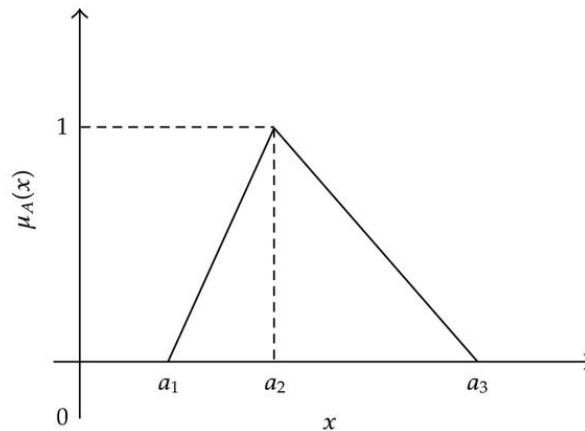


Рис. 2.1. Трикутне нечітке число

Функція належності трикутного нечіткого числа

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0, \text{ при } (x < a_1) \cup (x > a_3) \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1}, \text{ при } a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{a_3 - x}{a_3 - a_2}, \text{ при } a_2 < x \leq a_3. \end{cases} \quad (2.15)$$

Нехай, дані два додатні нечітких числа  $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$  і  $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3)$ , а також додатне чітке число  $r$ , тому можна визначити деякі арифметичні операції над нечіткими числами, що використовуватимуться в процесі дослідження:

1. Операція додавання

$$\tilde{A} \oplus \tilde{B} = [a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3] \quad (2.16)$$

2. Операція віднімання

$$\tilde{A} \ominus \tilde{B} = [a_1 - b_3, a_2 - b_2, a_3 - b_1] \quad (2.17)$$

3. Операція множення

$$\tilde{A} \otimes \tilde{B} = [a_1 \cdot b_1, a_2 \cdot b_2, a_3 \cdot b_3] \quad (2.18)$$

4. Операція множення на чітке число

$$r \otimes \tilde{A} = [r \cdot a_1, r \cdot a_2, r \cdot a_3] \quad (2.19)$$

### 5. Операція ділення

$$\tilde{A} \div \tilde{B} = \left[ \frac{a_1}{b_3}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_1} \right] \quad (2.20)$$

### 6. Інверсія

$$\tilde{A}^{-1} = \left[ \frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_1} \right] \quad (2.21)$$

### 7. Операція «максимум»

$$\tilde{A} \vee \tilde{B} = [a_1 \vee b_1, a_2 \vee b_2, a_3 \vee b_3] \quad (2.22)$$

### 8. Операція «мінімум»

$$\tilde{A} \wedge \tilde{B} = [a_1 \wedge b_1, a_2 \wedge b_2, a_3 \wedge b_3] \quad (2.23)$$

Наприклад, при розгляді будь-якого мобільного пристрою намагаються розрахувати його чисту приведену вартість (NPV) – різниця між наведеними грошовими доходами й величиною початкових витрат:

$$NPV = -I + \sum_{k=1}^n \frac{V_k}{(1+r)^k}, \quad (2.24)$$

де  $I$  – обсяг первинних інвестицій;  $V_k$  – оборотне сальдо надходжень і платежів (прибуток) в  $k$ -му періоді;  $n$  – число періодів;  $r$  – ставка дисконтування в  $k$ -му періоді.

Такий економічний показник можна представити у вигляді нечіткого значення, що відображається як інтервальний, задається проміжком у вигляді нечіткої множини, а не чітким значенням. Для відображення таких інтервалів, кожний зі складових формули перетворюється в нечітке число в залежності від обраного вигляду функції належності, наприклад, трапеційної (рис. 2.2).

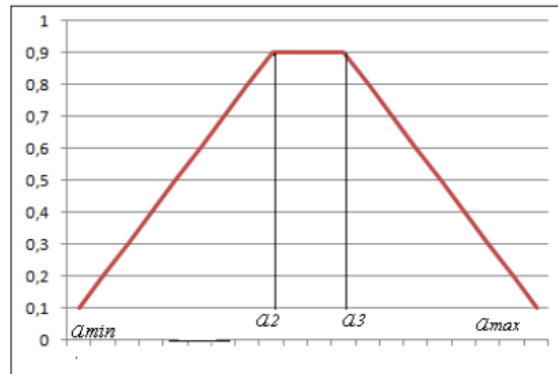


Рис. 2.2. Графік функцій належності трапецієвидної форми

Нечіткі числа є зручним зручним інструментом, побудови моделей економічних процесів з неоднозначними, ймовірнісними параметрами. Після використання операцій над нечіткими множинами формула визначення NPV перетвориться в такий вигляд:

$$[NPV_{\min}, NPV_2, NPV_3, NPV_{\max}] = -[I_{\min}, I_2, I_3, I_{\max}] + \sum_{k=1}^n \frac{[V_{\min}, V_2, V_3, V_{\max}]}{(1 + [R_{\min}, R_2, R_3, R_{\max}])^k}$$

## 2.4 Батагокритерійні методи прийняття рішень при оцінюванні альтернати

Дуже часто для того щоб вибрати якусь альтернативу необхідно розглянути її з різних точок зору. Тобто необхідно порівнювати альтернативи за різними критеріями. Для цього використовуються матриці (таблиці) рішень (decision matrix).

Нехай ми розглядаємо  $m$  критеріїв ( $C_1, \dots, C_m$ ) та  $n$  альтернатив ( $A_1, \dots, A_n$ ). У матриці рішень рядки відповідають альтернативам, а стовпці – критеріям. Значення  $a_{ij}$  вказують на цінність альтернативи  $A_i$  при розгляді критерію  $C_j$ , при чому, чим ближче дана альтернатив за цим критерієм до мети, тим більше значення  $a_{ij}$ .

		$x_1$	·	·	$x_n$
		$A_1$	·	·	$A_n$
$w_1$	$C_1$	$a_{11}$	·	·	$a_{1n}$
·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·
$w_m$	$C_m$	$a_{m1}$	·	·	$a_{mn}$

Рис. 2.3. Варіант матриці рішень



Як видно з таблиці вище кожним критерієм відповідають ваги  $w_i$ , що характеризують важливість  $i$ -го критерію для порівняння. Ці ваги найчастіше підбираються експертами виходячи з суб'єктивних уявлень про важливість цього критерію, але існують й різні математичні моделі визначення ваг критеріїв. Зверху таблиці присутні значення, які є фінальними характеристиками альтернатив при виборі. Ґрунтуючись на цих значеннях можна порівнювати альтернативи один з одним і вибрати ту, яка має найбільше значення, а значить досягає мети або знаходиться ближче всіх інших до поставленої цілі.

Існує безліч класифікацій методів і моделей прийняття рішень, заснованих на застосуванні різних ознак. Пропонується така класифікація:

1. По виду відображення  $f$ . Відображення множин альтернатив і критеріїв може мати детермінований характер, ймовірнісний або невизначений вид, відповідно до чого завдання прийняття рішень можуть бути розділені на задачу в умовах ризику і задачу в умовах невизначеності.

2. За насиченістю множини критеріїв. Множина критеріїв вибору може містити один елемент або кілька, що дає підставу визначити задачу прийняття рішень як задачу зі скалярним критерієм або задачу з векторним критерієм (багатокритерійне прийняття рішень).

3. За типом системи переваг. Переваги можуть формуватися однією особою або колективом, і в залежності від цього задачу прийняття рішень можна класифікувати на задачу індивідуального прийняття рішень і задачу колективного прийняття рішень.

Методи і моделі індивідуального прийняття рішень при багатьох критеріях можна розділити на наступні основні групи:

Таблиця 2.1

<b>Класифікація методів індивідуального прийняття рішень</b>	
<b>Блок першої групи</b>	<b>Блок другої групи</b>
<i>Лексикографічні методи; Аксиоматичні методи багатокритерійної теорії корисності; Методи порівняння багатовимірних альтернатив.</i>	<i>Методи побудови узагальненого критерію; Вербальні методи; Методи теорії нечітких множин; Інтелектуальні методи</i>

Таблиця 2.2

<b>Методи прийняття колективних рішень</b>	
<b>Блок першої групи</b>	<b>Блок другої групи</b>
<i>Методи колективного безконфліктного вибору; Методи групового вибору; Методи кооперації.</i>	<i>Динамічні методи колективного вибору в конфліктних ситуаціях; Задачі про призначення; Методи формування колективної поведінки.</i>

Багатокритерійні методи прийняття рішень можуть частково або повністю впорядкувати альтернативи по їх близькості до цілі. У даній групі методів виділяють два сімейства: *Multi-attribute Utility Theory* (MAUT) та *Outranking*-методи. При подальшому дослідженні в даній роботі найбільша увага приділятиметься методами другого сімейства та методам ранжування (впорядкування).

Сімейство методів MAUT засноване на тому, що вони агрегують всі критерії в одну деяку функцію, результат якої показує значимість альтернативи, враховуючи всі критерії (поля в матриці прийняття рішень). Таким чином, процес прийняття зводиться до задачі оптимізації (максимізації або мінімізації) даної функції.

Сімейство *Outranking*-методів порівнює альтернативи одна з одною і визначає яка з альтернатив більш краща. Більш детально: альтернатива  $A_i$  краще альтернативи  $A_j$  ( $A_i \succ A_j$ ), якщо на більшій кількості критеріїв  $A_i$  має значення  $a_{ix}$  не менші, ніж  $a_{jx}$ , в той час як її найгірше значення не сильно гірше відповідного значення для  $A_j$ . Після попарного порівняння всіх альтернатив вони можуть бути

повністю або частково відсортовані за перевагою. На відміну від методів МАУТ, які явно визначають найкращу альтернативу, дане сімейство методів виділяє підмножину альтернатив, які є кращими по відношенню до інших (альтернативи, які не ввійшли в цю множину гірше як мінімум однієї альтернативи з множини). Таким чином, метою даного сімейства методів є надати невеликий список найбільш значущих альтернатив. Методи даного сімейства повинні намагатися скоротити список найкращих альтернатив на стільки, наскільки це можливо.

Методи ранжування можуть використовуватися у випадках, коли:

- ускладнюється використання ймовірнісних методів;
- із загального числа альтернатив або будь-яких характерних ознак (факторів) необхідно виділити найбільш важливі;
- потрібно порівняти деякі кількісні фактори, точні вимірювання яких пов'язані зі
  - значними труднощами;
  - необхідно оцінити будь-які якісні фактори, які не можна точно виміряти, але можна зіставити ступінь володіння кожного з них цією якістю («краще», «важливіше», «корисніше»).

Основні властивості методів ранжування зведені в табл. 2.3.

Таблиця 2.3

<b>Властивості методів ранжування</b>	
<b>Методи ранжування (впорядкування)</b>	
<b>Сутність</b>	При ранжуванні експерт повинен розташувати об'єкти (фактори) в порядку, який представляється йому найбільш раціональним, і приписати кожному з них числа натурального ряду (1, 2, 3, і т.д.).
<b>Область застосування</b>	На практиці даний метод в чистому вигляді використовується рідко. Найчастіше він використовується в поєднанні з іншим методом впорядкування, що забезпечує більш чітке розрізнення порівнюваних об'єктів.
<b>Переваги</b>	Простота використання, оперативність, малі витрати.
<b>Недоліки</b>	Залежність точності і надійності ранжування від кількості об'єктів, суб'єктивність оцінки, не надає відповіді на ступінь видалення одного об'єкта від іншого.
<b>Примітка</b>	Порядкова шкала, що отримується в результаті ранжування повинна задовольняти умові рівності числа рангів числу ранжованих об'єктів.

Розглянемо більш детально деякі із популярних *Outranking*-методів, проведемо їх аналіз та порівняльну характеристику.

*Метод VIKOR.* Метод VIKOR (серб. *VIsekriterijumska Optimizacija i Kompromisno Resenje*) був розроблений для багатокритерійної оптимізації в складних системах. Метод визначає компромісний ранжований ряд або компромісне рішення. Цей метод фокусується на ранжуванні і виборі з множини альтернатив при наявності конфліктуючих критеріїв. Він вводить багатокритерійний рейтинговий індекс, заснований на конкретній мірі «близькості» до «ідеального» рішення.

Припускаючи, що кожна альтернатива оцінюється відповідно до кожної цільової функції, компромісне ранжування може бути виконано шляхом порівняння показника близькості з ідеальною альтернативою. Багатокритерійна міра для компромісного ранжування розроблена на основі  $L_p$ -метрики.

Різні альтернативи позначені як  $a_1, a_2, \dots, a_j$ . Для альтернативи  $a_j$  рейтинг  $i$ -го аспекту позначається через  $f_{ij}$ , де  $f_{ij}$  – значення  $i$ -ї критерійної цільової функції для альтернативи  $a_j$  при  $n$  критеріїв.

У основу метода покладена наступна форма  $L_p$ -метрики:

$$L_{p_j} = \left( \sum_{i=1}^n \left( \frac{w_i (f_i^* - f_{ij})}{f_i^* - f_i^-} \right)^p \right)^{\frac{1}{p}}, \quad 1 \leq p \leq \infty, \quad i = 1..n, \quad j = 1..m, \quad \sum w_i = 1, \quad (2.25)$$

У методі VIKOR  $L_{1,j}$  (як  $S_j$ ) і  $L_{\infty,j}$  (як  $R_j$ ) використовуються для формулювання міри ранжування. Рішення, отримане за  $\min_j S_j$ , засноване на максимальній груповій корисності (правило «більшості»), а рішення, отримане за  $\min_j R_j$ , – з мінімальним індивідуальним жалем до «опонента».

Компромісне рішення  $F^c$  є можливим рішенням, яке «найближче» до ідеального  $F$ , а компромісна угода означає угоду, встановлену на основі взаємних поступок, як показано на рис. 2.4.

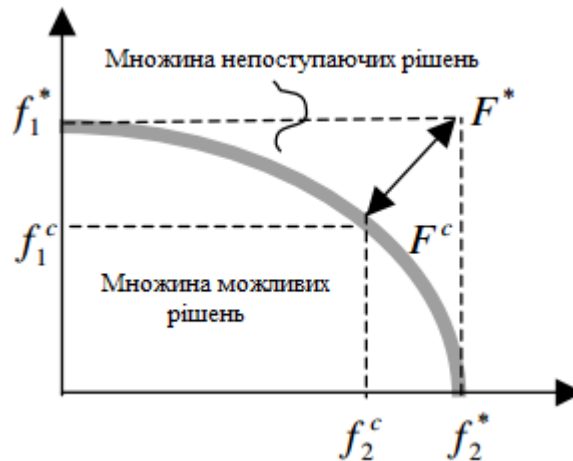


Рис. 2.4. Простір компромісних рішень

Обчислювальна процедура методу складається із наступних кроків:

1. Визначення найкращого  $f_i^*$  і найгіршого  $f_i^-$  значення з усіх цільових функцій, що розглядаються, враховуючи їх характер (тобто, чи підлягає дана цільова функція максимізації чи мінімізації).

$$f_i^* = \max_j f_{ij}, \quad f_i^- = \min_j f_{ij}. \quad (2.26)$$

2. Розрахунок показників  $S_j$ , що характеризує максимальну «групову корисність», та  $R_j$ , що відображає рівень індивідуальних втрат.

$$S_j = \sum_{i=1}^n \frac{w_i(f_i^* - f_{ij})}{(f_i^* - f_i^-)}, \quad R_j = \max_i \left[ \frac{w_i(f_i^* - f_{ij})}{(f_i^* - f_i^-)} \right], \quad (2.27)$$

де  $w_i$  – вага  $i$ -ї цільової функції (критерію), що виражає його відносну важливість.

3. Розрахунок значень  $Q_j$ , що дозволять ранжувати альтернативи з урахуванням ваги  $\nu$ , яка визначає ступінь впливу на прийняття рішення двох підходів: краща альтернатива визначається за правилом «більшості» ( $\nu > 0,5$ ) або краща альтернатива визначається на основі максимальної «групової корисності» ( $\nu < 0,5$ ), при інших умовах приймається ( $\nu = 0,5$ ).

$$Q_i = \begin{cases} \frac{R_j - R^*}{R^- - R^*}, \text{ якщо } S^* = S^-, \\ \frac{S_j - S^*}{S^- - S^*}, \text{ якщо } R^* = R^-, \\ \nu \frac{(S_j - S^*)}{(S^- - S^*)} + (1 - \nu) \frac{(R_j - R^*)}{(R^- - R^*)} \text{ в інших випадках,} \end{cases} \quad (2.28)$$

де  $S^* = \min_j S_j$ ,  $S^- = \max_j S_j$ ,  $R^* = \min_j R_j$ ,  $R^- = \max_j R_j$  та  $\nu$  – відносна вага стратегії вибору компромісного рішення згідно характеристики показників  $S_j, R_j$ .

4. Формування послідовності альтернатив за збільшенням показників  $S, R, Q$ , отримуючи три ранжовані ряди.

В якості потенційного компромісного рішення розглядається альтернатива  $A^{(1)}$ , яка в ранжованому ряді за показником  $Q$  і має мінімальне значення. Кінцеве рішення відносно вибору даної альтернатив в якості оптимальної приймається на підставі аналізу наступних умов:

– наявність прийнятної відмінності між проранжованими альтернативами:  
 $Q(A^{(2)}) - Q(A^{(1)}) \geq \Delta Q$ , де  $A^{(2)}$  – альтернатива, що займає друге місце в ранжованому ряді за  $Q$ , при чому  $\Delta Q = \frac{1}{m-1}$  і  $m$  – загальна кількість альтернатив;

– наявність прийнятної стабільності рішення. Це означає, що альтернатива  $A^{(1)}$  повинна бути одночасно кращою і в ранжованих рядах за  $S$  та (або) за  $R$ , що визначені за формулою (2.5).

Якщо одна із вказаних вище умов не виконується, тоді кінцеве рішення подається у вигляді ряду альтернатив, що включають:

1) Альтернативи  $A^{(1)}$  і  $A^{(2)}$  при невиконанні умови 2.

2) Альтернативи  $A^{(1)}, \dots, A^{(m)}$  при невиконанні умови 1, тоді альтернатива  $A^{(m)}$  визначається умовою  $Q(A^{(m)}) - Q(A^{(1)}) \leq \Delta Q$ .

*Метод TOPSIS.* Метод багатокритерійного аналізу альтернатив TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to an Ideal Solution), на відміну від VIKOR, окрім оцінки відстані від альтернативи, що розглядається, до ідеального рішення дозволяє враховувати відстань до найгіршого рішення. Компроміс при виборі оптимальної альтернативи досягається тим, що обране рішення повинне одночасно бути максимально близьким до ідеального та найбільш віддаленим від найгіршого рішення.

Алгоритм методу TOPSIS наступний:

1. Формування нормалізованої матриці рішень, елементи якої розраховуються за формулою:

$$r_{ij} = \frac{f_{ij}}{\sqrt{\sum_{j=1}^m f_{ij}^2}}, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m, \quad (2.29)$$

де  $f_{ij}$  – значення  $i$ -ї цільової функції для  $j$ -ї альтернативи.

2. Розрахунок зваженої нормалізованої матриці рішень за допомогою вагових коефіцієнтів, що визначають важливість для людини, що приймає рішення (ЛПР), окремих цільових функцій  $w_i$ . Елементи матриці розраховуються за формулою:

$$v_{ij} = w_i r_{ij}, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m, \sum_{i=1}^n w_i = 1. \quad (2.30)$$

3. Визначення найкращого  $A^*$  та найгіршого  $A^-$  рішень

$$\begin{aligned} A^* &= \{v_1^*, \dots, v_n^*\} = \{(\max_j v_{ij} \mid i \in I'), (\min_j v_{ij} \mid i \in I'')\}, \\ A^- &= \{v_1^-, \dots, v_n^-\} = \{(\min_j v_{ij} \mid i \in I'), (\max_j v_{ij} \mid i \in I'')\}, \end{aligned} \quad (2.31)$$

де  $I'$  – цільові функції, що характеризують виграш і вимагають максимізації,  $I''$  – цільові функції, що характеризують витрати і вимагають мінімізації.

4. Обчислення міри відмінностей кожної альтернативи з ідеальним та найгіршим рішеннями, використовуючи  $n$ -вимірну Евклідову відстань:

– до ідеального рішення:

$$D_j^* = \sqrt{\sum_{i=1}^n (v_{ij} - v_i^*)^2}, j = 1, \dots, m; \quad (2.32)$$

– до найгіршого рішення:

$$D_j^- = \sqrt{\sum_{i=1}^n (v_{ij} - v_i^-)^2}, j = 1, \dots, m. \quad (2.33)$$

5. Розрахунок показника відносної близькості альтернатив до ідеального рішення

$$C_j^* = \frac{D_j^-}{(D_j^* + D_j^-)}, j = 1, \dots, m. \quad (2.34)$$

6. Впорядкування альтернатив в порядку зменшення параметру  $C_j^*$ . Альтернатива, якій відповідають максимальне значення показника  $C_j^*$ , може розглядатися в якості найкращого компромісного рішення.

*Сімейство методів ELECTRE.* Дані методи відносяться до *Outranking*-методів. Метод ELECTRE (фр. ELimination Et Choix Traduisant la Realite), був створений в кінці 60-х років групою французьких дослідників на чолі з професором Б. Руа. В основу методу покладено підхід до попарного порівняння багатокритерійних альтернатив, який не ґрунтується на теорії корисності. Основна особливість цього методу, це те, що оцінка кожної альтернативи відносна, а не абсолютна. В даний час розроблений ряд методів сімейства ELECTRE (I, II, III, IV).

Методи ELECTRE спрямовані на вирішення завдань з уже заданими багатокритерійними альтернативами. У методах ELECTRE не визначається кількісно показник якості кожної альтернативи, а лише встановлюється умова переваги однієї альтернативи над іншою.



Постановка завдання виглядає наступним чином: є  $N$  критеріїв зі шкалами оцінок (зазвичай кількісними), ваги критеріїв (зазвичай цілі числа), альтернативи з оцінками по критеріям. Потрібно визначити групу найкращих альтернатив.

Основні етапи методів сімейства ELECTRE наступні:

1. На підставі заданих оцінок двох альтернатив підраховуються значення двох індексів: узгодженості і неузгодженості. Ці індекси визначають згоду і незгоду з гіпотезою, що альтернатива А краще альтернативи В.

2. Задаються рівні узгодженості і неузгодженості, з якими порівнюються підраховані індекси для кожної пари альтернатив. Якщо індекс узгодженості вище вказаного рівня, а індекс неузгодженості – нижче, тоді одна з альтернатив краще іншої. В іншому випадку альтернативи непорівнянні.

3. З множини альтернатив утворюється ядро альтернатив.

4. Змінюючи значення рівнів узгодженості і неузгодженості можна регулювати розмір ядра.

У різних методах сімейства ELECTRE індекси узгодженості та неузгодженості знаходяться по-різному.

*Метод PROMETHEE.* Назва методу є аббревіатурою повної назви: Preference Ranking Organisation METHod for Enrichment Evaluations (англ.). Основну ідею даного методу складає

попарне порівняння всіх рішень по кожному з критеріїв на основі функцій переваги, що залежать від різниці значень критеріїв.

Алгоритм методу наступний:

1. Для кожного критерію вибирається вид функції переваги рішень  $H_j(d)$ , яка залежить від різниці значень  $d$  за даним  $j$ -м критерієм. В якості типових функцій переваги зазвичай використовуються безперервні функції, зростаючі на інтервалі  $[0, 1]$ : лінійна, опукла, увігнута функції, логістична крива. Дуже часто використовується також порогова функція переваги:

–  $H_j(d_{kl}^j) = 1$  при  $d_{kl}^j = |E_j(x^l) - E_j(x^k)| > p^j$  –  $k$ -те рішення краще  $l$ -го рішення за даним  $j$ -м критерієм;

–  $H_j(d_{kl}^j) = 0$  в протилежному випадку – рішення еквівалентні за даним критерієм.

2. Для кожної пари рішень з допустимої множини  $D$  з номерами  $k$  і  $l$  ( $k, l = \{1, 2, \dots, n\}$ , де  $n = |D|$ ) визначаються значення обраної функції переваги  $H_j(d_{kl}^j)$  для кожного  $j$ -го критерію.

3. ЛПР задає ваги критеріїв  $\alpha_j$ , що відображають їх важливість і дають в сумі одиницю.

4. Для оцінки переваги кожного  $k$ -го рішення над  $l$ -им розраховується індекс переваги  $P_{kl}$ :

$$P_{kl} = \sum_{j=1}^m \alpha_j H_j(d_{kl}^j). \quad (2.35)$$

Матрицю індексів переваги  $\|P_{kl}\|$  можна інтерпретувати як орієнтований граф, де вершин відповідають рішенням і між кожною парою вершин є дві зважені дуги зі значеннями  $P_{kl}$  і  $P_{lk}$ .

5. Для кожного  $k$ -го рішення визначаються два коефіцієнти.

– коефіцієнт переваги  $P_k^+$  визначається шляхом підсумовування індексів переваги за всіма вихідними дугами; він показує, наскільки «в середньому» дане  $k$ -те рішення переважніше всіх інших:

$$P_k^+ = \sum_{l=1; l \neq k}^n P_{kl}. \quad (2.36)$$

– коефіцієнт зворотної переваги  $P_k^-$  визначається шляхом підсумовування індексів переваги за всіма вихідними дугами; він показує, наскільки «в середньому» всі інші рішення краще, ніж дане  $k$ -те рішення:

$$P_k^- = \sum_{l=1; l \neq k}^n P_{lk}. \quad (2.37)$$

6. На основі отриманих коефіцієнтів  $P_k^+$  і  $P_k^-$  здійснюється ранжування (впорядкування за перевагою) всіх рішень на множині  $D$ . Це ранжування може проводитися двома способами.

*Перший спосіб.* Між кожною парою рішень  $B_k$  і  $B_l$  з номерами  $k$  і  $l$  формуються бінарні відношення переваги наступним чином:  $B_k > B_l$  ( $k$ -те рішення краще  $l$ -го), якщо  $P_k^+ > P_l^+$  і  $P_k^- < P_l^-$  або  $P_k^+ > P_l^+$  і  $P_k^- = P_l^-$  або  $P_k^- < P_l^-$  і  $P_k^+ = P_l^+$ ;  $B_k = B_l$  (рішення еквівалентні), якщо  $P_k^+ = P_l^+$  і  $P_k^- = P_l^-$ ;  $B_k$  і  $B_l$  непорівнянні в усіх інших випадках.

*Другий спосіб.* Рішення упорядковуються за значеннями коефіцієнта  $P_k$ , що характеризує перевагу кожного  $k$ -го рішення, де  $P_k = P_k^+ - P_k^-$ .

Аналізуючи даний метод, можна зробити висновки, що другий спосіб не завжди краще, оскільки ЛПР отримує більше інформації про перевагу рішень, аналізуючи саме попарні відношення переваги і даний метод дозволяє отримати більш стійкі рішення в порівнянні з методом ELECTRE.

## 3 ВИБІР МОБІЛЬНИХ ТЕЛЕФОНІВ МЕТОДАМИ БАГАТОКРИТЕРІЙНОГО ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

### 3.1 Визначення компетентності експертів

Компетентність – це показник, що виражає ступінь кваліфікації експерта в тій чи іншій сфері. Зважаючи, що компетентність непроста властивість експерта, то її вимірювання може бути проведено тільки людиною. Оцінювання компетентності виконується за допомогою самооцінки експерта або оцінюванням інших експертів. Задля оцінювання компетентності експерта вводять числовий показника – коефіцієнт компетентності. Для розрахунку цього коефіцієнту застосовують низку методів, для кожної окремої задачі беруть той, який найбільш всього підходить до вирішуваної проблеми.

Компетентність експерта пропонується оцінювати коефіцієнтом  $K$ , який визначають на основі суджень експерта про ступінь кваліфікації  $K_{кв}$  у сфері освіти і бізнесу (коефіцієнт  $K_{кв} \in [0,1]$ ) і самооцінки експерта про ступінь своєї аргументації – коефіцієнт аргументації експерта  $K_a$  (коефіцієнт  $K_a \in [0,1]$ ):

$$K = \alpha_{кв} K_{кв} + (1 - \alpha_{кв}) \cdot K_a, \quad (3.1)$$

де  $\alpha_{кв}$  – коефіцієнт, що враховує ступінь кваліфікації експерта ( $\alpha_{кв} \in [0,5, \dots, 1]$ ).

З урахуванням специфіки оцінки мобільних пристроїв, де більшою мірою повинна враховуватися кваліфікація експерта, доцільно прийняти  $\alpha_{кв} = 0,8$ .

Кваліфікацію експерта  $K_{кв}$  доцільно визначати документальним методом за наступною формулою:

$$K_{кв}^{(ij)} = \frac{\varphi_{ij}}{\varphi_{\max}}, \quad (3.2)$$

де  $\varphi_{ij}$  – значення показника кваліфікації відповідно до займаної посади і наявності вченого ступеня  $j$  (вченого звання експерта, реєстрація у державному реєстрі експертів) експерта ( $\varphi_{ij} \in [1, \dots, 12]$ );

$\varphi_{\max}$  – максимальне значення показника кваліфікації.

Значення показника  $\varphi_{ij}$  та визначається на основі даних, наведених у таблиці 3.1.

Таблиця 3.1

### Вербально-числова шкала оцінки кваліфікації експертів

Посада	Базова освіти	Коледж	Бакалавр	Спеціаліст	Магістр	Аспірант
Співробітник 1 категорії	1	1.5	1.75	2	2.25	2.75
Співробітник 2 категорії	1.5	2.25	2.5	3	3.5	4
Співробітник 3 категорії	2	2.5	3	3.5	4	4.5
Співробітник 4 категорії	2.5	3	3.5	4	4.5	5
Співробітник 5 категорії	3	4	4.5	5	5.5	6
Співробітник 6 категорії	3.5	4.5	5	6	7	8
Співробітник 7 категорії	4	5	6	7	8	9

Документальні оцінки, які отримані з використанням даних таблиці 3.1, незалежні від будь якої думки, оскільки враховують об'єктивні документально підтвержені факти діяльності експерта: займана посада, наявність вченого ступеня, вченого звання, реєстрації у державному реєстрі експертів). Разом із тим, застосування тільки документальних методів для оцінки кваліфікації експертів недостатньо, що пояснюється наступними особливостями: при переведенні в кількісні оцінки документальних факторів виникає суб'єктивність оцінок; більша частина факторів документального характеру тією чи іншою мірою враховується у процесі самооцінки експерта; вплив факторів документальної оцінки дуже сильно залежить від сфери діяльності експерта.

Для нівелювання даних особливостей пропонується ввести коефіцієнт аргументації експерта  $K_a$ , який визначається на основі самооцінки експерта з використанням евристичного або статистичного методу. Експерт сам оцінює свою професійну компетентність, знайомство з об'єктом експертизи та ін., заповнюючи запропоновану йому анкету самооцінки. Результати анкетування переводяться в

кількісну форму за допомогою присвоєння оцінок і ваг кожному факторові, що впливає на самооцінку експерта.

Але самооцінка має й певні недоліки, один із яких полягає в тому, що самооцінка залежить від психологічних особливостей експерта. Встановлено, що залежно від ступеня задоволеності собою людина мимоволі міняє свою самооцінку [7]. Така оцінка вище дійсної, якщо людина задоволена собою, і занижена, якщо вона собою незадоволена. При цьому експерти, по різному оцінюючи свою кваліфікацію, можуть скористатися однаковими оцінками, що приведе до необ'єктивності отриманих результатів експертизи.

З урахуванням вищесказаного значення коефіцієнта  $K_a$  пропонується визначати наступним способом. Експертові пропонується заповнити анкету, що містить інформацію, наведену в таблиці 3.2 без цифр, у якій він відзначає, яким джерелом інформації він користувався по відповідних градаціях: В (висока), С (середня), Н (низька) [8].

Далі виконується переведення оцінок експерта з електронної анкети в шкалу еталонної таблиці 3.2 і обчислюється коефіцієнт  $K_a$  шляхом підсумовування цифр, які відповідають позиціям таблиці, відзначеним експертом:

$$K_a = \sum_{n=1}^N a_n, \quad (3.3)$$

де  $a_n$  – числова оцінка експерта;

$n$  – порядковий номер джерела аргументації.

Таблиця 3.2

### Оцінки впливу джерела інформації на думку експерта

№ п/п	Джерело аргументації	Ступінь впливу джерела на вашу думку		
		В (висока)	С (середня)	Н (низька)
1.	Проведений вами теоретичний аналіз у сфері, яка розглядається	0,3*	0,2	0,1
2.	Ваш досвід практичної роботи у сфері, яка розглядається	0,5	0,4	0,2

3.	Ваша обізнаність про сучасні результати досягнень у сфері, яка розглядається	0,05	0,03	0,01
4.	Ваша обізнаність про результати закордонних досягнень	0,05	0,03	0,01
5.	Ваша особиста обізнаність зі станом справ у сфері, яка розглядається	0,05	0,03	0,01
* – відмітка експерта				

Одержавши значення коефіцієнтів  $K_{кв}$  і  $K_a$ , розраховуємо коефіцієнт компетентності експерта. Підсумкова формула для розрахунку коефіцієнта компетентності експерта прийме вигляд:

$$K = \alpha_{кв} \cdot \frac{\varphi_{ij}}{\varphi_{\max}} + (1 - \alpha_{кв}) \cdot \sum_{n=1}^N a_n. \quad (3.4)$$

Розрахуємо коефіцієнти компетентності 6 експертів для задачі оцінювання мобільних пристроїв. Для цього визначимо кваліфікацію експерта  $K_{кв}^{(ij)}$  заповнивши таблицю показників кваліфікації відповідно до табл. 3.1.

Таблиця 3.3

### Показники кваліфікації експертів

№ експерту	Експерт 1	Експерт 2	Експерт 3	Експерт 4	Експерт 5	Експерт 6
$\varphi_{ij}$	2,25	8	6	2,5	4	3
$\varphi_{\max} = 8$						
$K_{кв}^{(ij)}$	0,28	1	0,75	0,31	0,50	0,38

Таблиця 3.4

### Анкетування щодо самооцінки експерта

Міра впливу джерела на думку						
	Експерт 1	Експерт 2	Експерт 3	Експерт 4	Експерт 5	Експерт 6
	0,3	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2
	0,2	0,5	0,4	0,4	0,4	0,4
	0,03	0,05	0,05	0,01	0,03	0,03
	0,01	0,05	0,03	0,03	0,03	0,05
	0,03	0,05	0,05	0,05	0,03	0,03
$\sum_{n=1}^N a_n$	0,57	0,95	0,83	0,79	0,69	0,68

Розрахуємо підсумкові коефіцієнти компетентності кожного експерта:

$$K_1 = \alpha_{кв} \cdot \frac{\varphi_{ij}}{\varphi_{\max}} + (1 - \alpha_{кв}) \cdot \sum_{n=1}^N a_n = 0,8 \cdot \frac{2,25}{8} + (1 - 0,8) \cdot 0,57 = 0,339;$$

$$K_2 = \alpha_{кв} \cdot \frac{\varphi_{ij}}{\varphi_{\max}} + (1 - \alpha_{кв}) \cdot \sum_{n=1}^N a_n = 0,8 \cdot 1 + (1 - 0,8) \cdot 0,95 = 0,99;$$

$$K_3 = \alpha_{кв} \cdot \frac{\varphi_{ij}}{\varphi_{\max}} + (1 - \alpha_{кв}) \cdot \sum_{n=1}^N a_n = 0,8 \cdot \frac{6}{8} + (1 - 0,8) \cdot 0,83 = 0,766;$$

$$K_4 = \alpha_{кв} \cdot \frac{\varphi_{ij}}{\varphi_{\max}} + (1 - \alpha_{кв}) \cdot \sum_{n=1}^N a_n = 0,8 \cdot \frac{2,5}{8} + (1 - 0,8) \cdot 0,79 = 0,408;$$

$$K_5 = \alpha_{кв} \cdot \frac{\varphi_{ij}}{\varphi_{\max}} + (1 - \alpha_{кв}) \cdot \sum_{n=1}^N a_n = 0,8 \cdot \frac{4}{8} + (1 - 0,8) \cdot 0,69 = 0,538;$$

$$K_6 = \alpha_{кв} \cdot \frac{\varphi_{ij}}{\varphi_{\max}} + (1 - \alpha_{кв}) \cdot \sum_{n=1}^N a_n = 0,8 \cdot \frac{3}{8} + (1 - 0,8) \cdot 0,68 = 0,436.$$

Нормалізуємо ці значення так, щоб  $\sum_{n=1}^N K_n = 1$ . Для цього застосуємо формулу:

$$K_{\text{норм}} = \frac{K_n}{\sum_{n=1}^N K_n}. \quad (3.5)$$

Таблиця 3.5. Нормовані значення коефіцієнтів компетентності

Експерт 1	Експерт 2	Експерт 3	Експерт 4	Експерт 5	Експерт 6
0,10	0,28	0,22	0,12	0,15	0,13

### 3.2 Формування експертних оцінок альтернатив з урахуванням компетентності експертів

Нехай дано 7 альтернатив – мобільних пристроїв:

1. Xiaomi Mi 11 Ultra.
2. Oppo Find X3 Pro.
3. Huawei P50 Pro.
4. Google Pixel 6 Pro.
5. Vivo X70 Pro+.



6. Apple iPhone 13 Pro Max.

7. Vivo X70 Pro (MediaTek).

**Які необхідно оцінити за 6 критеріями:**

1. Основна камера (якість, виробник, функціональність, тощо)  $Q_1$ .

2. Фронтальна камера (якість, виробник, функціональність, тощо)  $Q_2$ .

3. Аудіо  $Q_3$ .

4. Дисплей  $Q_4$ .

5. Батарея  $Q_5$ .

6. Безпека та збереженість даних  $Q_6$ .

За допомогою анкетування було отримано оцінки кожного мобільного пристрою за 6 критеріями від 6 експертів:

Таблиця 3.6

**Експертні оцінки Xiaomi Mi 11 Ultra**

<b>Xiaomi Mi 11 Ultra</b>	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$	$Q_5$	$Q_6$
Експерт 1	5	5	4	4	4	4
Експерт 2	3	3	2	3	4	4
Експерт 3	5	4	2	2	5	5
Експерт 4	5	5	3	3	3	3
Експерт 5	5	4	4	3	3	3
Експерт 6	5	4	5	4	4	3

Таблиця 3.7

**Експертні оцінки Oppo Find X3 Pro**

<b>Oppo Find X3 Pro</b>	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$	$Q_5$	$Q_6$
Експерт 1	5	4	4	3	3	3
Експерт 2	3	4	2	3	4	3
Експерт 3	5	4	4	3	5	3
Експерт 4	4	4	4	4	3	3
Експерт 5	4	3	4	3	3	3
Експерт 6	5	3	4	4	4	3

Таблиця 3.8

**Експертні оцінки Huawei P50 Pro**

<b>Huawei P50 Pro</b>	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$	$Q_5$	$Q_6$
Експерт 1	5	5	4	2	5	4
Експерт 2	5	5	3	3	3	4
Експерт 3	5	4	2	2	3	3
Експерт 4	5	5	3	3	3	3
Експерт 5	5	4	4	3	3	3
Експерт 6	5	5	5	3	4	4

Таблиця 3.9

**Експертні оцінки Google Pixel 6 Pro**

<b>Google Pixel 6 Pro</b>	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$	$Q_5$	$Q_6$
Експерт 1	4	4	4	3	3	4
Експерт 2	3	3	4	3	3	3
Експерт 3	4	2	1	2	2	2
Експерт 4	5	3	3	4	3	4
Експерт 5	4	3	3	3	3	3
Експерт 6	5	5	3	3	3	3

Таблиця 3.10

**Експертні оцінки Vivo X70 Pro+**

<b>Vivo X70 Pro+</b>	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$	$Q_5$	$Q_6$
Експерт 1	5	3	3	3	2	3
Експерт 2	5	5	2	2	2	2
Експерт 3	4	4	2	1	1	2
Експерт 4	4	4	4	3	4	3
Експерт 5	5	4	3	2	3	3
Експерт 6	5	5	4	3	4	3

Таблиця 3.11

**Експертні оцінки Apple iPhone 13 Pro Max**

<b>Apple iPhone 13 Pro Max</b>	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$	$Q_5$	$Q_6$
Експерт 1	5	5	5	5	5	5
Експерт 2	5	5	5	4	4	5
Експерт 3	5	4	2	2	4	5
Експерт 4	5	5	4	4	5	4
Експерт 5	4	4	4	3	4	4
Експерт 6	5	5	5	4	5	5

Таблиця 3.12

**Експертні оцінки Vivo X70 Pro (MediaTek)**

<b>Vivo X70 Pro (MediaTek)</b>	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$	$Q_5$	$Q_6$
Експерт 1	4	5	5	3	3	3
Експерт 2	4	4	3	2	2	3
Експерт 3	4	4	3	1	2	2
Експерт 4	5	4	4	4	3	4
Експерт 5	4	4	3	3	3	4
Експерт 6	5	4	5	4	5	5

Агрегована експертна оцінка має наступний вигляд:

$$e_i^{agr} = \sum_{n=1}^N K_i e_i, \quad (3.6)$$

де  $N$  – кількість експертів;

$K_i$  – нормований коефіцієнт компетентності експертів;

$e_i$  – оцінка, надана експертом за  $i$ -м критерієм.

Таблиця 3.13

**Матриця рішень щодо оцінки альтернатив**

<b>Мобільні пристрої</b>	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$	$Q_5$	$Q_6$
Xiaomi Mi 11 Ultra	4,43	3,93	3	3	3,95	3,82
OpPO Find X3 Pro	4,16	3,72	3,43	3,24	3,85	3
Huawei P50 Pro	5	4,62	3,28	2,68	3,32	3,51
Google Pixel 6 Pro	3,96	3,13	2,94	2,9	2,78	2,99
Vivo X70 Pro+	4,66	4,31	2,74	2,12	2,42	2,49
Apple iPhone 13 Pro Max	4,85	4,62	4,07	3,5	4,34	4,73
Vivo X70 Pro (MediaTek)	4,24	4,1	3,56	2,52	2,75	3,3

**3.3 Оцінка відносної важливості (формування ваги) критеріїв**

Для вирішення задачі оцінювання мобільних пристроїв визначимо ваги критеріїв за методом простого ранжування.

Нехай дано 6 критеріїв  $Q_j(E_i), (j=1, \dots, 6)$  розташовані в порядку їх пріоритетності для ЛПР (табл. 3.14).

Таблиця 3.14

## Розташування критеріїв за пріоритетністю

Критерій	Пріоритетність критерію
Основна камера (якість, виробник, функціональність, тощо) $Q_1$	3-4
Фронтальна камера (якість, виробник, функціональність, тощо) $Q_2$	3-4
Аудіо $Q_3$	5
Дисплей $Q_4$	1-2
Батарея $Q_5$	1-2
Безпека та збереженість даних $Q_6$ .	6

Дана процедура і є процедурою ранжування критеріїв.

Дані пріоритетності критеріїв (таблиця 3.14) сформовані з врахуванням того, що за останнє місце відповідному критерію надається 1 бал, за передостаннє – 2, ..., за друге місце – 5, а за перше місце – 6 (в даному випадку – максимальне число балів).

Алгоритм побудови ваги критеріїв наведений у таблиці 3.15.

Таблиця 3.15

## Процедура розрахунку ваги критеріїв

Критерій	Пріоритетність критерію	Загальна кількість балів для критерію	Середнє число балів на критерій однієї пріоритетності	Вага $w_j$ (число балів на критерій / загальне число балів на всі критерії)
$Q_1$	3-4	4+3=7	7/2=3,5	$w_1 = 3,5/21 = 0,16$
$Q_2$	3-4	4+3=7	7/2=3,5	$w_2 = 3,5/21 = 0,16$
$Q_3$	5	2	2	$w_3 = 2/21 = 0,11$
$Q_4$	1-2	6+5=11	11/2=5,5	$w_4 = 5,5/21 = 0,25$
$Q_5$	1-2	6+5=11	11/2=5,5	$w_5 = 5,5/21 = 0,25$
$Q_6$	6	1	1	$w_6 = 1/21 = 0,07$
$\Sigma$	21		21	$\sum_{j=1}^6 w_j = 1$

### 3.4 Вирішення задачі оцінювання мобільних пристроїв на основі методу VIKOR

Використаємо отриману матрицю рішень щодо оцінки мобільних пристроїв

Таблиця 3.16

Матриця рішень VIKOR

	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$	$Q_5$	$Q_6$
Xiaomi Mi 11 Ultra	4,43	3,93	3	3	3,95	3,82
Oppo Find X3 Pro	4,16	3,72	3,43	3,24	3,85	3
Huawei P50 Pro	5	4,62	3,28	2,68	3,32	3,51
Google Pixel 6 Pro	3,96	3,13	2,94	2,9	2,78	2,99
Vivo X70 Pro+	4,66	4,31	2,74	2,12	2,42	2,49
Apple iPhone 13 Pro Max	4,85	4,62	4,07	3,5	4,34	4,73
Vivo X70 Pro (MediaTek)	4,24	4,1	3,56	2,52	2,75	3,3
$w_j$	0,16	0,16	0,11	0,25	0,25	0,07

Далі розрахуємо за формулою «ідеальні» та «найгірші» значення за кожним із критеріїв.

Таблиця 3.17

«Ідеальні» та «найгірші» значення за кожним із критеріїв

	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$	$Q_5$	$Q_6$
$f_i^*$	5	4,62	4,07	3,5	4,34	4,73
$f_i^-$	3,96	3,13	2,74	2,12	2,42	2,49

Розрахуємо значення критеріїв відхилень від «ідеального» рішення за відповідними формулами в 2-му розділі.

Таблиця 3.18

Значення критеріїв відхилень від «ідеального» рішення

	$\frac{w_i(f_i^* - f_{ij})}{(f_i^* - f_i^-)}$						$S_j$	$R_j$
Xiaomi Mi 11 Ultra	0,088	0,074	0,088	0,091	0,051	0,028	0,42	0,091
Oppo Find X3 Pro	0,129	0,097	0,053	0,047	0,064	0,054	0,444	0,129
Huawei P50 Pro	0	0	0,065	0,149	0,133	0,038	0,385	0,149
Google Pixel 6 Pro	0,16	0,16	0,093	0,109	0,203	0,054	0,78	0,203
Vivo X70 Pro+	0,052	0,033	0,11	0,25	0,25	0,07	0,766	0,25
Apple iPhone 13 Pro Max	0,023	0	0	0	0	0	0,023	0,023

Vivo X70 Pro (MediaTek)	0,117	0,056	0,042	0,178	0,207	0,045	0,644	0,207
$S^*$							0,023	
$S^-$							0,78	
$R^*$							0,023	
$R^-$							0,25	

Визначимо показник  $Q$ , для розрахунку приймемо  $\nu = 0,5$ :

Таблиця 3.19

**Значення критеріїв відхилень від «ідеального» рішення**

	$S_j$	$R_j$	$Q$	Ранг
Xiaomi Mi 11 Ultra	0,42	0,091	0,412	2
Oppo Find X3 Pro	0,444	0,129	0,512	3
Huawei P50 Pro	0,385	0,149	0,517	4
Google Pixel 6 Pro	0,78	0,203	0,896	6
Vivo X70 Pro+	0,766	0,25	0,991	7
Apple iPhone 13 Pro Max	0,023	0,023	0	1
Vivo X70 Pro (MediaTek)	0,644	0,207	0,815	5
$S^*$	0,023			
$S^-$	0,78			
$R^*$	0,023			
$R^-$	0,25			

Отримаємо ранжовані альтернативи, розміщуючи їх від *меншого до більшого*. Таким чином, за всіма ознаками найкращим є вибір шостої альтернативи, при чому виконуються обидві умови оптимальності рішення:

$$1) Q(A^{(2)}) - Q(A^{(1)}) \geq \Delta Q, \text{ тобто } 0,412 - 0 \geq 0,166, \Delta Q = \frac{1}{7-1} = 0,166.$$

2) Альтернатива 6 також є найкращою і в ранжованих рядах за  $S_j$  та (або)  $R_j$

Таблиця 3.20

### Фінальне ранжування за методом VIKOR

	$ST_1$	$ST_2$	$ST_3$	$ST_4$	$ST_5$	$ST_6$	$ST_7$	Ранжування
$S_j$	0,42	0,444	0,385	0,78	0,766	0,023	0,644	A6 > A3 > A1 > A2 > A7 > A5 > A4
$R_j$	0,091	0,129	0,149	0,203	0,25	0,023	0,207	A6 > A1 > A2 > A3 > A4 > A7 > A5
$Q$	0,412	0,512	0,517	0,896	0,991	0	0,815	A6 > A1 > A2 > A3 > A7 > A4 > A5

### 3.5 Вирішення задачі оцінювання мобільних пристроїв на основі методу TOPSIS

Сформуємо нормалізовану матрицю рішень.

Таблиця 3.21

#### Матриця рішень TOPSIS

	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$	$Q_5$	$Q_6$
Xiaomi Mi 11 Ultra	4,43	3,93	3	3	3,95	3,82
Oppo Find X3 Pro	4,16	3,72	3,43	3,24	3,85	3
Huawei P50 Pro	5	4,62	3,28	2,68	3,32	3,51
Google Pixel 6 Pro	3,96	3,13	2,94	2,9	2,78	2,99
Vivo X70 Pro+	4,66	4,31	2,74	2,12	2,42	2,49
Apple iPhone 13 Pro Max	4,85	4,62	4,07	3,5	4,34	4,73
Vivo X70 Pro (MediaTek)	4,24	4,1	3,56	2,52	2,75	3,3
$w_j$	0,16	0,16	0,11	0,25	0,25	0,07

Для цього, по кожному стовпчику матриці розрахуємо показник  $\sqrt{\sum_{j=1}^m f_{ij}^2}$ ,

наприклад, для першого критерію:

$$\sqrt{\sum_{j=1}^m f_{ij}^2} = \sqrt{4,43^2 + 4,16^2 + 5^2 + 3,96^2 + 4,66^2 + 4,85^2 + 4,24^2} = 11,867.$$

Потім кожний з елементів стовпця поділимо на його відповідний показник  $\sqrt{\sum_{j=1}^m f_{ij}^2}$ .

Отримаємо нормалізовану матрицю.

Таблиця 3.22

**Нормалізована матриця рішень TOPSIS**

	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$	$Q_5$	$Q_6$
Xiaomi Mi 11 Ultra	0,373	0,363	0,342	0,393	0,438	0,416
Oppo Find X3 Pro	0,351	0,344	0,391	0,425	0,427	0,327
Huawei P50 Pro	0,421	0,427	0,374	0,351	0,368	0,382
Google Pixel 6 Pro	0,334	0,289	0,335	0,380	0,308	0,326
Vivo X70 Pro+	0,393	0,398	0,312	0,278	0,268	0,271
Apple iPhone 13 Pro Max	0,409	0,427	0,464	0,459	0,481	0,515
Vivo X70 Pro (MediaTek)	0,357	0,379	0,406	0,330	0,305	0,359
$w_j$	0,16	0,16	0,1	0,26	0,26	0,06

Розрахуємо зважену нормалізовану матрицю рішень, помноживши кожний елемент стовпця на його відповідний ваговий коефіцієнт:

$$v_{ij} = w_i r_{ij}. \quad (3.7)$$

Таблиця 3.23

**Зважена нормалізована матриця рішень TOPSIS**

	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$	$Q_5$	$Q_6$
Xiaomi Mi 11 Ultra	0,06	0,058	0,038	0,098	0,11	0,029
Oppo Find X3 Pro	0,056	0,055	0,043	0,106	0,107	0,023
Huawei P50 Pro	0,067	0,068	0,041	0,088	0,092	0,027
Google Pixel 6 Pro	0,053	0,046	0,037	0,095	0,077	0,023
Vivo X70 Pro+	0,063	0,064	0,034	0,07	0,067	0,019
Apple iPhone 13 Pro Max	0,065	0,068	0,051	0,115	0,12	0,036
Vivo X70 Pro (MediaTek)	0,057	0,061	0,045	0,083	0,076	0,025
$w_j$	0,16	0,16	0,11	0,25	0,25	0,07

Визначимо найкраще  $A^*$  та найгірше  $A^-$  рішення, враховуючи специфіку критерію (критерій максимізується чи мінімізується):

Таблиця 3.24

**Найкраще  $A^*$  та найгірше  $A^-$  рішення**

$A^*$	0,067	0,068	0,051	0,115	0,12	0,036
$A^-$	0,053	0,046	0,034	0,07	0,067	0,019

Обчислимо близькість кожної альтернативи до «ідеального» та «найгіршого» рішення.



Для мобільного пристрою «Xiaomi Mi 11 Ultra» близькість до «ідеального» рішення становитиме:

$$D_j^* = \sqrt{(0,06 - 0,067)^2 + (0,058 - 0,068)^2 + (0,038 - 0,051)^2 + (0,098 - 0,115)^2 + (0,110 - 0,120)^2 + (0,029 - 0,036)^2} = 0,028.$$

До «найгіршого»:

$$D_j^- = \sqrt{(0,06 - 0,053)^2 + (0,058 - 0,046)^2 + (0,038 - 0,034)^2 + (0,098 - 0,07)^2 + (0,11 - 0,067)^2 + (0,029 - 0,019)^2} = 0,054.$$

Таблиця 3.25

**Найкраще  $A^*$  та найгірше  $A^-$  рішення**

	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$	$Q_5$	$Q_6$	$D_j^*$	$D_j^-$
Xiaomi Mi 11 Ultra	0,06	0,058	0,038	0,098	0,11	0,029	0,028	0,054
Oppo Find X3 Pro	0,056	0,055	0,043	0,106	0,107	0,023	0,028	0,056
Huawei P50 Pro	0,067	0,068	0,041	0,088	0,092	0,027	0,041	0,042
Google Pixel 6 Pro	0,053	0,046	0,037	0,095	0,077	0,023	0,058	0,028
Vivo X70 Pro+	0,063	0,064	0,034	0,07	0,067	0,019	0,074	0,02
Apple iPhone 13 Pro Max	0,065	0,068	0,051	0,115	0,12	0,036	0,002	0,078
Vivo X70 Pro (MediaTek)	0,057	0,061	0,045	0,083	0,076	0,025	0,057	0,025
$A^*$	0,067	0,068	0,051	0,115	0,12	0,036		
$A^-$	0,053	0,046	0,034	0,07	0,067	0,019		

Розрахуємо показник відносної близькості альтернатив до «ідеального» рішення та присвоїмо альтернативам відповідні ранги, тобто альтернатива з найбільшим показником  $C_j^*$  буде мати ранг 1, альтернатив з другим по величині показником  $C_j^*$  – ранг 2 і т.д.

Таблиця 3.26

**Ранжування альтернатив**

	$D_j^*$	$D_j^-$	$C_j^* = \frac{D_j^-}{(D_j^* + D_j^-)}$	Ранг
Xiaomi Mi 11 Ultra	0,028	0,054	0,66	3
Oppo Find X3 Pro	0,028	0,056	0,664	2

Huawei P50 Pro	0,041	0,042	0,502	4
Google Pixel 6 Pro	0,058	0,028	0,325	5
Vivo X70 Pro+	0,074	0,02	0,211	7
Apple iPhone 13 Pro Max	0,002	0,078	0,976	1
Vivo X70 Pro (MediaTek)	0,057	0,025	0,302	6

Як видно з таблиці, оптимальним рішенням за методом TOPSIS є Apple iPhone 13 Pro Max.

### 3.6 Вирішення задачі оцінювання мобільних пристроїв на основі методу ELECTRE

В методі ELECTRE використовуються ті ж самі засоби отримання нормалізованої та зваженої нормалізованої матриць, тому застосуємо отриману зважену нормалізовану матрицю рішень з методу TOPSIS.

Таблиця 3.27

#### Зважена нормалізована матриця рішень ELECTRE

	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$	$Q_5$	$Q_6$
Xiaomi Mi 11 Ultra	0,06	0,058	0,038	0,098	0,11	0,029
Oppo Find X3 Pro	0,056	0,055	0,043	0,106	0,107	0,023
Huawei P50 Pro	0,067	0,068	0,041	0,088	0,092	0,027
Google Pixel 6 Pro	0,053	0,046	0,037	0,095	0,077	0,023
Vivo X70 Pro+	0,063	0,064	0,034	0,07	0,067	0,019
Apple iPhone 13 Pro Max	0,065	0,068	0,051	0,115	0,12	0,036
Vivo X70 Pro (MediaTek)	0,057	0,061	0,045	0,083	0,076	0,025
$w_j$	0,16	0,16	0,11	0,25	0,25	0,07

Сформуємо матрицю індексів згоди  $C_{jk}, j=1, \dots, N, k=1, \dots, N$  (де  $N$  – кількість альтернатив). Індекс згоди відображає ступінь згоди з припущенням про те, що  $j$ -а альтернатива краще  $k$ -ї. В методі ELECTRE індекси згоди знаходяться за формулою:

$$C_{jk} = \sum_{j \in K^+} w_j, j=1, \dots, N, k=1, \dots, N, \quad (3.8)$$

де  $w_j$  – ваги критеріїв;

$K^+$  – підмножина критеріїв, за якими  $j$ -а альтернатив не гірше  $k$ -ї.

Таким чином, індекс згоди  $C_{jk}$  знаходиться як сума ваг критеріїв, за якими  $j$ -а альтернатива не гірше  $k$ -ї. Чим більше індекс згоди, тим більш виражено перевагу  $j$ -ї альтернативи над  $k$ -ю.

Таблиця 3.28

Матриця індексів згоди (Concordance Matrix)

	Xiaomi Mi 11 Ultra	Oppo Find X3 Pro	Huawei P50 Pro	Google Pixel 6 Pro	Vivo X70 Pro+	Apple iPhone 13 Pro Max	Vivo X70 Pro (MediaTek)
Xiaomi Mi 11 Ultra	0	0,36	0,43	0	0,32	1	0,27
Oppo Find X3 Pro	0,64	0	0,39	0	0,32	1	0,5
Huawei P50 Pro	0,57	0,61	0	0,25	0	0,68	0,11
Google Pixel 6 Pro	1	1	0,75	0	0,32	1	0,5
Vivo X70 Pro+	0,68	0,68	1	0,68	0	1	0,68
Apple iPhone 13 Pro Max	0	0	0,16	0	0	0	0
Vivo X70 Pro (MediaTek)	0,73	0,5	0,89	0,5	0,32	1	0

Сформуємо матрицю індексів незгоди  $D_{jk}$ ,  $j=1, \dots, N$ ,  $k=1, \dots, N$ . Індекс незгоди відображає ступінь незгоди з припущенням про те, що  $j$ -а альтернатива краще  $k$ -ї. Індеси  $D_{jk}$  знаходяться за формулою:

$$D_{jk} = \max_{i \in K^-} (we_{ik} - we_{ij}), \quad j=1, \dots, N, \quad k=1, \dots, N,$$

де  $we_{ik}$ ,  $we_{ij}$  – зважені оцінки альтернатив;

$K^-$  – підмножина критеріїв, за якими  $j$ -а альтернатива не переважає  $k$ -ю.

Таким чином, індекс незгоди знаходиться як максимальна з різниць оцінок за критеріями, за якими  $j$ -а альтернатива не краще  $k$ -ї. Чим більше індекс незгоди, тим менш виражено перевагу  $j$ -ї альтернативи над  $k$ -ю.

Таблиця 3.29

**Матриця індексів незгоди (Discordance Matrix)**

	Xiaomi Mi 11 Ultra	Oppo Find X3 Pro	Huawei P50 Pro	Google Pixel 6 Pro	Vivo X70 Pro+	Apple iPhone 13 Pro Max	Vivo X70 Pro (MediaTek)
Xiaomi Mi 11 Ultra	0	0,79	1	1	1	0	1
Oppo Find X3 Pro	1	0	1	1	1	0	1
Huawei P50 Pro	0,58	0,72	0	1	1	0,07	1
Google Pixel 6 Pro	0	0	0,33	0	1	0	0,87
Vivo X70 Pro+	0,13	0,22	0	0,68	0	0	0,43
Apple iPhone 13 Pro Max	1	1	1	1	1	0	1
Vivo X70 Pro (MediaTek)	0,21	0,18	0,22	1	1	0	0

Сформуємо домінуючу матрицю згоди. Для цього визначимо порогове значення згоди. Альтернатива  $A_j$  переважатиме альтернативу  $A_k$ , якщо відповідний їй індекс згоди  $C_{jk}$  перевищує порогове значення, тобто виконується умова:

$$C_{jk} \geq c^* \quad (3.9)$$

Порогове значення згоди можна розрахувати за формулою:

$$c^* = \frac{\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N C_{jk}}{N(N-1)} \quad (3.10)$$

Порогове значення згоди складатиме  $c^* = 0,49$ .

Виходячи із значення порогового значення згоди, елементи домінуючої матрицю згоди формуються наступним чином:

$$f_{jk} = 1, \text{ якщо } C_{jk} \geq c^*;$$

$$f_{jk} = 0, \text{ якщо } C_{jk} < c^*.$$

Складемо домінуючу матрицю згоди:

Таблиця 3.30

*Домінуюча матриця згоди*

	Xiaomi Mi 11 Ultra	Oppo Find X3 Pro	Huawei P50 Pro	Google Pixel 6 Pro	Vivo X70 Pro+	Apple iPhone 13 Pro Max	Vivo X70 Pro (MediaTek)
Xiaomi Mi 11 Ultra	0	1	1	1	1	0	1
Oppo Find X3 Pro	0	0	1	1	1	0	1
Huawei P50 Pro	0	0	0	1	1	0	1
Google Pixel 6 Pro	0	0	0	0	1	0	1
Vivo X70 Pro+	0	0	0	0	0	0	0
Apple iPhone 13 Pro Max	1	1	1	1	1	0	1
Vivo X70 Pro (MediaTek)	0	0	0	0	1	0	1

Аналогічним чином розраховуємо за формулою порогове значення індекса незгоди:

$$d^* = \frac{\sum_{j=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N D_{jk}}{N(N-1)}. \quad (3.11)$$

Порогове значення згоди складатиме  $d^* = 0,63$ .

Виходячи із значення порогового значення незгоди, елементи домінуючої матриці незгоди формуються наступним чином:

$$g_{jk} = 1, \text{ якщо } D_{jk} \geq d^*;$$

$$g_{jk} = 0, \text{ якщо } D_{jk} < d^*.$$

Складемо домінуючу матрицю незгоди:

Таблиця 3.31

**Домінуюча матриця незгоди**

	Xiaomi Mi 11 Ultra	Oppo Find X3 Pro	Huawei P50 Pro	Google Pixel 6 Pro	Vivo X70 Pro+	Apple iPhone 13 Pro Max	Vivo X70 Pro (MediaTek)
Xiaomi Mi 11 Ultra	1	0	1	1	1	0	1
Oppo Find X3 Pro	0	1	0	1	1	0	1
Huawei P50 Pro	0	0	1	1	1	0	1
Google Pixel 6 Pro	0	0	0	1	0	0	0
Vivo X70 Pro+	0	0	0	0	1	0	0
Apple iPhone 13 Pro Max	1	1	1	1	1	1	1
Vivo X70 Pro (MediaTek)	0	0	0	0	1	0	1

Сформуємо агреговану домінуючу матрицю, елементи якої знаходяться за формулою:

$$e_{jk}^{agr} = f_{jk} \times g_{jk}. \quad (3.12)$$

Таблиця 3.32

**Агрегована домінуюча матриця**

	Xiaomi Mi 11 Ultra	Oppo Find X3 Pro	Huawei P50 Pro	Google Pixel 6 Pro	Vivo X70 Pro+	Apple iPhone 13 Pro Max	Vivo X70 Pro (MediaTek)
Xiaomi Mi 11 Ultra	0	0	1	1	1	0	1

Oppo Find X3 Pro	0	0	0	1	1	0	1
Huawei P50 Pro	0	0	0	1	1	0	1
Google Pixel 6 Pro	0	0	0	0	0	0	0
Vivo X70 Pro+	0	0	0	0	0	0	0
Apple iPhone 13 Pro Max	1	1	1	1	1	0	1
Vivo X70 Pro (MediaTek)	0	0	0	0	1	0	1

Проаналізувавши домінуючу матрицю, можна зробити висновок, що найкращим є **Apple iPhone 13 Pro Max**.

### 3.7 Вирішення задачі оцінювання мобільних пристроїв на основі методу MOORA

Метод MOORA створили Брауерс і Задавакіс у 2006 р. Це система співвідношень, у якій кожне відношення альтернативи до цілі порівнюється зі знаменником, який є сумою всіх відношень альтернатив до цієї цілі. Для цього знаменника найкращим вибором буде квадратний корінь з суми квадратів відношення кожної альтернативи до цілі:

$$x_{ij}^* = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{j=1}^m x_{ij}^2}}, \quad (3.13)$$

де  $x_{ij}^2$  – відношення альтернативи  $j$  до цілі  $i$ ;

$m$  – кількість альтернатив;

$n$  – кількість цілей;

$x_{ij}^*$  – безвимірне число, а саме нормоване відношення альтернативи  $j$  до цілі  $i$ .

Безвимірні числа, що не мають конкретної одиниці вимірів, отримують, наприклад, відніманням, множенням чи діленням. Нормовані відношення альтернатив до цілей лежать в інтервалі  $[0;1]$ . Однак іноді інтервал може бути  $[-1;1]$ . Дійсно, наприклад, у разі зростання продуктивності праці деякі сектори, регіони або країни можуть показати зниження, замість збільшення продуктивності, тобто від'ємне безвимірне число. Наприклад, замість нормального росту продуктивності залишається можливим його зменшення. Отже, інтервал стає  $[-1;1]$ .

Розглянемо приклад продуктивності, яка має тенденцію до збільшення (позитивна). Для оптимізації такі реакції будуть додані в разі максимізації та відняті при мінімізації:

$$y_j^* = \sum_{j=1}^{j=g} x_{ij}^* - \sum_{i=g+1}^{j=n} x_{ij}^*, \quad (3.14)$$

Розглянемо основні аспекти методу MOORA:

- для MOORA ефективним є використання системи співвідношень з використанням квадратних коренів;
- використання вагових коефіцієнтів для цілей або заміна однієї мети декількома підцілями дозволяє враховувати різну значимість кожної з цілей;
- співвідношення альтернатив до цілей, що максимізуються, підсумовуються, а з цілями, що мінімізуються – віднімаються;
- на основі відношень між альтернативами і цілями визначаються ранги альтернатив;
- теорія точки відліку із застосуванням метрики мінімакса і суми відношень використовується як інструмент для контролю.

Таблиця 3.33

### Матриця відношень альтернатив до цілі

	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$	$Q_5$	$Q_6$
<b>min/max</b>	max	max	max	max	max	max
Xiaomi Mi 11 Ultra	4,43	3,93	3	3	3,95	3,82



Oppo Find X3 Pro	4,16	3,72	3,43	3,24	3,85	3
Huawei P50 Pro	5	4,62	3,28	2,68	3,32	3,51
Google Pixel 6 Pro	3,96	3,13	2,94	2,9	2,78	2,99
Vivo X70 Pro+	4,66	4,31	2,74	2,12	2,42	2,49
Apple iPhone 13 Pro Max	4,85	4,62	4,07	3,5	4,34	4,73
Vivo X70 Pro (MediaTek)	4,24	4,1	3,56	2,52	2,75	3,3

Таблиця 3.34

**Сума квадратів та їх квадратні корені**

Xiaomi Mi 11 Ultra	19,625	15,445	9	9	15,603	14,592
Oppo Find X3 Pro	17,306	13,838	11,765	10,498	14,823	9
Huawei P50 Pro	25	21,344	10,758	7,182	11,022	12,32
Google Pixel 6 Pro	15,682	9,797	8,644	8,41	7,728	8,94
Vivo X70 Pro+	21,716	18,576	7,508	4,494	5,856	6,2
Apple iPhone 13 Pro Max	23,523	21,344	16,565	12,25	18,836	22,373
Vivo X70 Pro (MediaTek)	17,978	16,81	12,674	6,35	7,563	10,89
Сума квадратів	140,828	117,155	76,913	58,185	81,43	84,316
Квадратні корені	11,867	10,824	8,77	7,628	9,024	9,182

Таблиця 3.35

**Ділення цілей на їх квадратний корінь та ранжування**

Xiaomi Mi 11 Ultra	0,373	0,363	0,342	0,393	0,438	0,416
Oppo Find X3 Pro	0,351	0,344	0,391	0,425	0,427	0,327
Huawei P50 Pro	0,421	0,427	0,374	0,351	0,368	0,382
Google Pixel 6 Pro	0,334	0,289	0,335	0,380	0,308	0,326
Vivo X70 Pro+	0,393	0,398	0,312	0,278	0,268	0,271
Apple iPhone 13 Pro Max	0,409	0,427	0,464	0,459	0,481	0,515
Vivo X70 Pro (MediaTek)	0,357	0,379	0,406	0,330	0,305	0,359

Таблиця 3.36

**Знаходження точок відліку для кожної з цілей**

$R_i$	0,421	0,427	0,464	0,459	0,481	0,515
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Таблиця 3.37

**Знаходження відхилень, по модулю від точки відліку і ранжирування альтернатив по мінімальному відхиленню від цілей**

							Сума відхилень	
Xiaomi Mi 11 Ultra	0,048	0,064	0,122	0,066	0,043	0,099	0,442	2
Oppo Find X3 Pro	0,071	0,083	0,073	0,034	0,054	0,188	0,504	4
Huawei P50 Pro	0	0	0,09	0,108	0,113	0,133	0,443	3
Google Pixel 6 Pro	0,088	0,138	0,129	0,079	0,173	0,189	0,795	6
Vivo X70 Pro+	0,029	0,029	0,152	0,181	0,213	0,244	0,847	7
Apple iPhone 13 Pro Max	0,013	0	0	0	0	0	0,013	1
Vivo X70 Pro (MediaTek)	0,064	0,048	0,058	0,128	0,176	0,156	0,631	5

Найкращим за методом MOORA є Apple iPhone 13 Pro Max.

### 3.8 Вирішення задачі оцінювання мобільних пристроїв на основі методу SAW

Метод простого адитивного зважування (SAW), який також відомий, як зважена лінійна комбінація, являє собою простий часто використовуваний спосіб рішення багатокритерійних задач. В основу методу лягли середньозважені величини. ЛПР призначає ваги критеріям відповідно до їх важливості. Після того, як загальні оцінки будуть обчислені для кожної альтернативи, альтернатива з найвищою оцінкою (найбільшим середньою вагою) – і є рішенням задачі.

Таблиця 3.38

**Матриця рішень**

	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$	$Q_5$	$Q_6$
Xiaomi Mi 11 Ultra	4,43	3,93	3	3	3,95	3,82
Oppo Find X3 Pro	4,16	3,72	3,43	3,24	3,85	3
Huawei P50 Pro	5	4,62	3,28	2,68	3,32	3,51
Google Pixel 6 Pro	3,96	3,13	2,94	2,9	2,78	2,99
Vivo X70 Pro+	4,66	4,31	2,74	2,12	2,42	2,49
Apple iPhone 13 Pro Max	4,85	4,62	4,07	3,5	4,34	4,73
Vivo X70 Pro (MediaTek)	4,24	4,1	3,56	2,52	2,75	3,3
$\max_j e_{ij}$	5	4,62	4,07	3,5	4,34	4,73
$w_j$	0,16	0,16	0,11	0,25	0,25	0,07

Нормалізуємо матрицю рішень за допомогою формули:

$$e_{ij}^{norm} = \frac{e_{ij}}{\max_j e_{ij}}, \quad (3.15)$$

де  $e_{ij}$  – оцінка альтернативи за кожним з критеріїв;

$\max_j e_{ij}$  – максимальне значення за стовпчиком.

Таблиця 3.39

**Нормалізована матриця рішень**

	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$	$Q_5$	$Q_6$
Xiaomi Mi 11 Ultra	0,886	0,851	0,737	0,857	0,91	0,808
Oppo Find X3 Pro	0,832	0,805	0,843	0,926	0,887	0,634
Huawei P50 Pro	1	1	0,806	0,766	0,765	0,742
Google Pixel 6 Pro	0,792	0,677	0,722	0,829	0,641	0,632
Vivo X70 Pro+	0,932	0,933	0,673	0,606	0,558	0,526
Apple iPhone 13 Pro Max	0,97	1	1	1	1	1
Vivo X70 Pro (MediaTek)	0,848	0,887	0,875	0,720	0,634	0,698
$w_j$	0,16	0,16	0,11	0,25	0,25	0,07

Розрахуємо зважену нормалізовану матрицю рішень та оціночну функцію за формулою:

$$S_j = \sum_{i=1}^m w_i e_{ij}. \quad (3.16)$$

Таблиця 3.40

**Зважена нормалізована матриця рішень**

	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$	$Q_5$	$Q_6$	$S_j = \sum_{i=1}^m w_i e_{ij}$	Ранг
Xiaomi Mi 11 Ultra	0,142	0,136	0,081	0,214	0,228	0,057	0,857	2
Oppo Find X3 Pro	0,133	0,129	0,093	0,231	0,222	0,044	0,852	3
Huawei P50 Pro	0,1	0,16	0,089	0,191	0,191	0,052	0,843	4
Google Pixel 6 Pro	0,127	0,108	0,079	0,207	0,16	0,044	0,726	6
Vivo X70 Pro+	0,149	0,149	0,074	0,151	0,139	0,037	0,7	7
Apple iPhone 13 Pro Max	0,155	0,16	0,11	0,25	0,25	0,07	0,995	1
Vivo X70 Pro (MediaTek)	0,136	0,142	0,096	0,18	0,158	0,049	0,761	5

Отже, за SAW-методом найкращим також є Apple iPhone 13 Pro Max.

**3.9 Аналіз отриманих результатів**

Для вирішення задачі оцінювання мобільних пристроїв розроблено методуку їх оцінки, що заснована на застосуванні методів багатокритерійного прийняття рішень з урахуванням компетентності експертів. Методом ранжування критеріїв визначено ваги критеріїв.

В таблиці 3.41 наведено результати застосування методів багатокритерійного прийняття рішень.

Таблиця 3.41

**Аналіз застосування методів**

	Методи MCDM				
	VIKOR	TOPSIS	ELECTRE	MOORA	SAW
Xiaomi Mi 11 Ultra					
Oppo Find X3 Pro					
Huawei P50 Pro					
Google Pixel 6 Pro					
Vivo X70 Pro+					
Apple iPhone 13 Pro Max	*	*	*	*	*
Vivo X70 Pro (MediaTek)					

Отже, усі методи винятку рекомендують обрати Apple iPhone 13 Pro Max.

### 3.10 Опис розробленої рекомендаційної системи

Розроблена система являє собою веб-застосунок, в якому реалізовано вищезазначені багатокритерійні методи прийняття рішень.

На головному екрані користувачеві надана можливість обрати один із методів багатокритерійного прийняття рішень.

При виборі будь-якого методу користувачеві пропонується увести набір альтернатив, набір критеріїв та матрицю експертних оцінок.

Logs

TOPSIS is one of the most widely used techniques of multi-criteria decision-making. m-alternatives are evaluated according to n-criteria in a TOPSIS technique. This technique is based on the principle that the selected alternative should have the least distance to the positive ideal and the most distance to the negative ideal.

1. Enter your choices
2. Enter your indicators
3. Let our service do the TOPSIS for you

▼ Set Choices

Enter your choices up to 7.

choices	Name
1	<input type="text" value="name 1"/>
2	<input type="text" value="name 2"/>

+ trash

► Set Indicators

► Set Decision Matrix

Calculate With TOPSIS method

Рис. 3.1. Екран методу TOPSIS

Для кожної альтернативи можна задати ім'я, а за допомогою кнопки «плюс» додати нову альтернативу, за допомогою кнопки «кошик» видалити.

▼ Set Choices

Enter your choices up to 7.

choices	Name
1	<input type="text" value="name 1"/>
2	<input type="text" value="name 2"/>
3	<input type="text" value="name 3"/>
4	<input type="text" value="name 4"/>
5	<input type="text" value="name 5"/>
6	<input type="text" value="name 6"/>
7	<input type="text" value="name 7"/>

Рис. 3.2. Елемент для введення альтернатив

Для кожного критерію можна також увести ім'я, поставити ознаку, що значення критерію може бути від'ємним, задати вагу критерію, а також поставити ознаку, що критерій кількісний. За допомогою кнопки «плюс» додати новий критерій, за допомогою кнопки «кошик» видалити.

▼ Set Indicators

Enter your indicators up to 7

Choices	Name	Negative	Weight	Qualitative
1	<input type="text" value="name 1"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="text" value="1"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="text" value="name 2"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="text" value="1"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="text" value="name 3"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="text" value="1"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="text" value="name 4"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="text" value="1"/>	<input type="checkbox"/>
5	<input type="text" value="name 5"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="text" value="1"/>	<input type="checkbox"/>
6	<input type="text" value="name 6"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="text" value="1"/>	<input type="checkbox"/>
7	<input type="text" value="name 7"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="text" value="1"/>	<input type="checkbox"/>

Рис. 3.3. Елемент для введення критеріїв

Крім того, є можливість увести матрицю рішень зручним способом.

▼ Set Decision Matrix

	name 1	name 2	name 3	name 4	name 5	name 6	name 7
name 1	1	1	1	1	1	1	1
name 2	1	1	1	1	1	1	1
name 3	1	1	1	1	1	1	1
name 4	1	1	1	1	1	1	1
name 5	1	1	1	1	1	1	1
name 6	1	1	1	1	1	1	1
name 7	1	1	1	1	1	1	1

Calculate With TOPSIS method

Рис. 3.4. Елемент для введення матриці рішень

## ВИСНОВКИ

У даній магістерській кваліфікаційній роботі досліджена багатокритерійна задача прийняття рішень на прикладі оцінювання та вибору мобільних пристроїв, зокрема мобільних телефонів.

У першому розділі проведено аналіз предметної області. Також проведено аналіз публікацій та літератури, що показав, що перспективним напрямом у вирішенні задачі оцінювання та подальшого вибору мобільних пристроїв є використання методів багатокритерійного прийняття рішень. Крім того, сформульовано постановку задачі.

У другому розділі здійснено загальний опис поняття багатокритерійного прийняття рішень. Досліджено застосування теорії нечітких множин та нечіткої логіки в задачах прийняття рішень, розглянуто представлення показників у вигляді нечітких чисел. Досліджено методи та підходи ранжування альтернатив. Серед цих методів були розглянуті такі методи, як: VIKOR, TOPSIS, ELECTRE, PROMETHEE. Визначено, що метод VIKOR, на відміну від методу TOPSIS, наприклад, не лише визначає найбільш близькі до ідеального позитивного та найбільш віддалені від ідеального негативного рішення, а ще й дозволяє оцінити відносні значення цієї близькості. Крім того, метод дозволяє знайти рішення, збалансоване між максимальними значеннями за окремими критеріями та оптимальними за всіма критеріями. Однак, TOPSIS, на відміну від VIKOR, окрім оцінки відстані від альтернативи, що розглядається, до ідеального рішення дозволяє враховувати відстань до найгіршого рішення.

У третьому розділі наведена реалізація методів багатокритерійного прийняття рішень на прикладі задачі оцінювання та вибору мобільних пристроїв. Для оцінювання мобільних пристроїв запропонована множина критеріїв та множина альтернатив. Використано методи VIKOR, TOPSIS, ELECTRE, MOORA, SAW. Крім того, на основі методу ранжування критеріїв розраховано ваги запропонованих критеріїв. Для отримання результуючої матриці рішень на основі 7 матриць експертних оцінок від 6 експерт, було застосовано метод усереднення

2022 р. Таранчук Д.О. 124 – МКР – 607.21610224



групових експертних оцінок із урахуванням компетентності експертів. Також у даному розділі наводиться опис розробленого програмного забезпечення, тобто рекомендаційної системи у вигляді веб-застосунку, що містить реалізацію методів TOPSIS, VIKOR, SAW, ELECTRE та MOORA.

У методичній частині магістерської роботи розроблено матеріал для двох практичних занять з курсу багатокритерійного прийняття рішень.

У спеціальній частині магістерської роботи з «Охорони праці та безпека в надзвичайних ситуаціях» здійснено аналіз умов праці в ІТ-компаніях.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. S. Plant, On the mobile: the effects of mobile telephones on social and individual life, Motorola report, (2000), available at [http://www.motorola.com/mot/doc/0/234\\_MotDoc.pdf](http://www.motorola.com/mot/doc/0/234_MotDoc.pdf).
2. R.E. Rice, J.E. Katz, Comparing internet and mobile phone usage: digital divides of usage, adoption, and dropouts, *Telecommunications Policy* 27 (8/9) (2003) 597–623.
3. K. Aoki, E.J. Downes, An analysis of young people's use of and attitudes toward cell phones, *Telematics and Informatics* 20 (4) (2003) 349–364.
4. N. Selwyn, Schooling the Mobile Generation: the future for schools in the mobile-networked society, *British Journal of Sociology and Education* 24 (2) (2003) 131–142.
5. Y.Z. Özcan, A. Koçak, Research note: a need or a status symbol? Use of cellular telephones in Turkey, *European Journal of Communication* 18 (2) (2003) 241–254.
6. P. Mahatanankoon, H.J. Wen, B. Lim, Consumer-based m-commerce: exploring consumer perception of mobile applications, *Computer Standards & Interfaces* 27 (2005) 347–357.
7. J.-C. Pomerol, S. Barba Romero, *Multicriterion Decision in Management: Principles and Practice*, 1st edition, Kluwer Academic Publishers, Norwell, 2000 (Translation by Claude James from French).
8. L.T. Saaty, *The Analytic Hierarchy Process*, McGraw Hill Company, New York, 1980
9. Amiri, M. P. (2010). Project selection for oil-fields development by using the AHP and fuzzy TOPSIS methods. *Expert Systems with Applications*, 37(9), 6218-6224.
10. Ansoff, H. I. (1970). *Corporate strategy: An analytic approach to business policy for growth and expansion*. Penguin books.
11. Asgharizad, E., Ehsani, R., & Valipour, F. (2011). Performance Evaluation of Managers Using 360 Degree Technique and VIKOR Decision Technique (Case Study of Jihad Agricultural Engineering Research Institute), *Industrial Management Studies*, 9(23), 21-48.

12. Badri, M. A., Davis, D., & Davis, D. (2001). A comprehensive 0–1 goal programming model for project selection. *International Journal of Project Management*, 19(4), 243-252.
13. Brans, J.P., Mareschal, B., Vincke, Ph., 1984. PROMETHEE: A new family of outranking methods in multicriteria analysis. In: Brans, J.P. (Ed.), *Operational Research 84*. North-Holland, New York, pp. 477–490.
14. Carlsson, C., Fullér, R., Heikkilä, M., & Majlender, P. (2007). A fuzzy approach to R&D project portfolio selection. *International Journal of Approximate Reasoning*, 44(2), 93-105.
15. Chen, L. S., & Cheng, C. H. (2005). Selecting IS personnel use fuzzy GDSS based on metric distance method. *European journal of operational research*, 160(3), 803-820.
16. Chen, S. H., & Hsieh, C. H. (1999). Graded mean integration representation of generalized fuzzy number. *Journal of Chinese Fuzzy Systems*, 5(2), 1-7.
17. Chen, S.J., Hwang, C.L., 1992. *Fuzzy Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*. SpringerVerlag, Berlin.
18. Choudhary, D., & Shankar, R. (2012). An STEEP-fuzzy AHP-TOPSIS framework for evaluation and selection of thermal power plant location: A case study from India. *Energy*, 42(1), 510-521.
19. Chu, M. T., Shyu, J., Tzeng, G. H., & Khosla, R. (2007). Comparison among three analytical methods for knowledge communities group-decision analysis. *Expert Systems with Applications*, 33(4), 1011-1024.
20. Daneshvar Rouyendegh, B., & Erol, S. (2012). Selecting the best project using the Fuzzy ELECTRE Method. *Mathematical Problems in Engineering*, 2012.
21. Deng, H., Yeh, C.H., Willis, R.J., 2000. Inter-company comparison using modified TOPSIS with objective weights. *Computers & Operations Research* 27 (10), 963–973.
22. Duckstein, L., Opricovic, S., 1980. Multiobjective optimization in river basin development. *Water Resources Research* 16 (1), 14–20.

23. Enea, M., & Piazza, T. (2004). Project selection by constrained fuzzy AHP. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 3(1), 39-62.
24. Fontela E. The DEMATEL Observer. DEMATEL 1976 Report / E. Fontela, A. Gabus // – Geneva: Battelle Institute, Geneva Research Center, Женева, Швейцарія. – 1976
25. Fréville, A. (2004). The multidimensional 0–1 knapsack problem: An overview. *European Journal of Operational Research*, 155(1), 1-21.
26. Ghazi Hosseini, S.M., & Tabarsa, N. (2012). Evaluation and ranking of mineral water industry using Fuzzy AHP and VIKOR. National Conference on Entrepreneurship and Knowledge Management Business, Mazandaran University, Center for the Development of Technology Units, Mazandaran, Iran.
27. Jerry Ho W.-R. Combined DEMATEL technique with a novel MCDM model for exploring portfolio selection based on CAPM / Wen-Rong Jerry Ho, Chih-Lung Tsai, Gwo-Hshiong Tzeng, Sheng-Kai Fang // *Expert Systems with Application*. – 38. – 2011. – С. 16-25
28. Hwang, C.L., Yoon, K., 1981. Multiple Attribute Decision Making. In: *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems* 186. Springer-Verlag, Berlin.
29. Kahraman, C. (2009). Introduction: Fuzzy Theory and Technology. *Multiple-valued logic and soft computing*, 15(2-3), 103-105.
30. Kaur, P., & Chakraborty, S. (2007). A new approach to vendor selection problem with impact factor as an indirect measure of quality. *Journal of Modern mathematics and Statistics*, 1(1), 8-14.
31. Khoshfetrat, S., & Hosseinzadeh-Lotfi, F. (2014). Deriving Priorities, the Alternatives in an Analytic Hierarchy Process. *International Journal of Research in Industrial Engineering*, 3(4), 13.
32. Lai, Y.J., Hwang, C.L., 1994. *Fuzzy Multiple Objective Decision Making: Methods and Applications*. Springer-Verlag, Berlin.

33. Malik, S. K. (2016). Generalized MCDM-Based Decision Support System for Personnel Prioritization. In Proceedings of International Conference on ICT for Sustainable Development (pp. 155-168). Springer Singapore.
34. Marlowe, C. M., Schneider, S. L., & Nelson, C. E. (1996). Gender and attractiveness biases in hiring decisions: Are more experienced managers less biased?. *Journal of applied psychology*, 81(1), 11.
35. McIntyre, C., Kirschenman, M., & Seltveit, S. (1999). Applying decision support software in selection of division director. *Journal of Management in Engineering*, 15(2), 86-92.
36. Opricovic S. Multi-criteria optimization of civil engineering systems. – Belgrade: Faculty of Civil Engineering, 1998
37. Opricovic S., Tzeng G.H. The Compromise solution by MCDM methods: A comparative analysis of VIKOR and TOPSIS // *European Journal of Operational Research*. – 2004. – 156 (2). – P.445–455.
38. Salimi, N. A., Abui, M. H., & Vahdatzad, M. A. (2017). Selection of appropriate knowledge management strategy using fuzzy multi-criteria decision making (Case study: Ansar bank branches of Kermanshah province). *Scientific Journal of Industrial Technology Development*, 15(29), 15-26.
39. Saremi, M., Mousavi, S. F., & Sanayei, A. (2009). TQM consultant selection in SMEs with TOPSIS under fuzzy environment. *Expert Systems with Applications*, 36(2), 2742-2749.
40. Sarlak, M. A., Keshavarz, E., & Keshavarz, A. (2017). Evaluation and survey of knowledge management tools using fuzzy AHP and fuzzy TOPSIS techniques. *International Journal of Business Innovation and Research*, 13(3), 363-387.
41. Seol, I., & Sarkis, J. (2005). A multi-attribute model for internal auditor selection. *Managerial Auditing Journal*, 20(8), 876-892.
42. Taghvaei, M., & Goodarzi, M. (2016). Development and Prioritization of Medical Tourism Development Strategies (Case Study: Shiraz Metropolis). *Urban Planning*, Islamic Azad University, Marvdashteh, Iran, 7(24), 1-22.

43. Бродецкий Г. Л. Системный анализ в логистике, выбор в условиях неопределённости / Г. Л. Бродецкий. – Москва: Academia, 2010. – 336 с.
44. Введение в теорию и методы принятия решений: учеб. пособие / В. Д. Дмитриенко, В. А. Кравец, С. Ю. Леонов. – Х.: ХПИ, 2008. – 141 с.
45. Гевко І. Б. Методи прийняття управлінських рішень: Підручник. / І. Б. Гевко. – К.: Кондор, 2009. – 187 с.
46. Горбунов, В.М. Теория принятия решений: учебное пособие / В.М. Горбунов. – Томск: Изд-во ТПУ, 2010. – 67 с.
47. Гуров, С.В. Теория системного анализа и принятия решений: учебное пособие / С.В. Гуров. – СПб: Изд-во СПбГЛТУ, 2008. – 144 с.
48. Демидова, Л.А. Принятие решений в условиях неопределенности / Л.А. Демидова, В.В. Кираковский, А.Н. Пылькин. – М.: Горячая линия-Телеком, 2012. – 288 с.
49. Кини, Р.Л. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения / Р.Л. Кини, Х. Райфа. [Под ред. И. Ф. Шахнова]. — М.: Радио и связь, 1981. — 456 с.
50. Козлов, В.Н. Системный анализ и принятие решений: учебное пособие / В.Н. Козлов. – СПб: Изд-во СПбГПУ, 2009. – 233 с.
51. Лисьев, Г.А. Технологии поддержки принятия решений / Г.А. Лисьев, И.В. Попова. – М.: Флинта, 2011. – 133 с.
52. Ногин В. Д. Принятие решений при многих критериях: учебн.-метод. пособ. / В. Д. Ногин. – СПб: ЮТАС, 2007. – 104 с.
53. Приймак В. М. Прийняття управлінських рішень: навч. посібник / Приймак В. М. – К.: Атіка, 2008. – 240 с.
54. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. / Т. Саати. – М.: Радио и связь, 1993.
55. Деордица Ю. С. Модели и методы принятия решений / Ю. С. Деордица. – Луганск: ВНУ, 2005.

56. Семериков, А.В. Теория принятия решений. Лабораторные работы: метод. указания / А.В. Семериков, Е.С. Буханец. – Ухта: Изд-во УГТУ, 2006. – 48 с.
57. Солодовников, И.В. Теория принятия решений: учебное пособие / И.В. Солодовников, О.В. Рогозин, О.Б. Пащенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2008. – 54 с.
58. Теорія прийняття рішень: підручник / А. В. Катренко, В. В. Пасічник, В. П. Пасько. – К.: ВНУ, 2009. – 447 с.
59. Федунец, Н.И. Теория принятия решений / Н.И. Федунец, В.В. Куприянов. – М.: Горная книга, 2005. – 218 с.
60. Эддоус, М. Методы принятия решений / М. Эддоус, Р. Стэнсфилд. — М.: Юнити, 1997. – 587 с.
61. ДСНіП «Гігієнічна класифікація умов праці за показниками шкідливості та небезпечності факторів виробничого середовища, важкості та напруженості трудового процесу». Наказ МОЗ № 248 від 08.04.2014.
62. ДСанПіН 3.3.2.007-98. Державні санітарні правила і норми роботи з візуальними дисплейними терміналами електронно-обчислювальних машин. – Затвердж. постановою Головного держсанлікаря України 10.12.1998, № 7.
63. Геврик Є.О. Охорона праці: Навчальний посібник для студентів ВНЗ. – К.: Ельта, 2003. – 280 с.
64. Дементий Л.В. Охрана труда в автоматизированном производстве. Правовые и организационные основы / Л. В. Дементий, Л. В. Воронова, А. Л. Юсина. – Краматорск: ДГМА, 2004. – 140 с.
65. Дементий Л.В. Охрана труда в автоматизированном производстве. Правовые и организационные основы / Л. В. Дементий, Л. В. Воронова, А. Л. Юсина. – Краматорск: ДГМА, 2004. – 140 с.
66. Жидецький В.Ц. Основи охорони праці. Підручник. – Львів: УАД, 2006. – 336 с.