

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Чорноморський національний університет імені Петра Могили

Факультет комп'ютерних наук

Кафедра комп'ютерної інженерії

ДОПУЩЕНО ДО ЗАХИСТУ

Завідувачка кафедри,

д-р техн. наук, проф.

_____ Ірина ЖУРАВСЬКА

«__» _____ 2025 р.

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

НА ЗДОБУТТЯ ОСВІТНЬОГО СТУПЕНЯ БАКАЛАВРА

**Програмна система моделювання визначення
напрямку надходження сигналу**

Спеціальність 123 Комп'ютерна інженерія

Освітня програма «Комп'ютерна інженерія»

Здобувач

_____ Максим КОВАЛЕНКО
підпис

«__» _____ 2025 р.

Керівник К. Т. Н., доцент

_____ Ярослав КРАЙНИК
підпис

«__» _____ 2025 р.

Факультет	Комп'ютерних наук
Кафедра	Комп'ютерної інженерії
Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Освітній ступень	Бакалавр
Спеціальність	123 Комп'ютерна інженерія
Освітня програма	Комп'ютерна інженерія

ЗАТВЕРДЖУЮ
Завідувач кафедри комп'ютерної інженерії
_____ Ірина ЖУРАВСЬКА
«_____» _____ 2024 р.

ЗАВДАННЯ
на кваліфікаційну роботу здобувача

Коваленка Максима Сергійовича
(прізвище, ім'я, по батькові здобувача)

1. Тема кваліфікаційної роботи

Програмна система моделювання визначення напрямку надходження сигналу

Затверджена наказом по ЧНУ ім. Петра Могили від 30.01.2024 № 17.

2. Строк представлення кваліфікаційної роботи «_____» _____ 20__ р.

3. Очікуваний результат роботи та початкові дані, якщо такі потрібні
Очікується розробка програмної системи для моделювання процесу визначення напрямку надходження радіосигналів за допомогою алгоритмів високої роздільної здатності (Root-MUSIC та ESPRIT). Початковими даними є змодельовані сигнали з різними рівнями шуму, а також координати антен у фазованій антенній решітці. Передбачається використання Python як мови програмування та візуалізація результатів у вигляді графіків. Для перевірки коректності реалізації проводиться тестування точності алгоритмів при змінному співвідношенні сигнал/шум (SNR).

4. Перелік питань, що підлягають розробці:

- аналіз сучасних методів визначення напрямку надходження сигналів (DoA);
- опис і реалізація алгоритмів Root-MUSIC та ESPRIT;
- побудова та візуалізація результатів роботи програмної системи;
- проведення тестування з різними параметрами шуму та джерел сигналів;
- оцінка точності та порівняльний аналіз ефективності методів;
- адаптація до використання на вбудованих пристроях, таких як Jetson Nano.

5. Перелік графічних матеріалів

Презентація (блок-схема роботи програми, графік середньої похибки при змінному SNR, Полярна діаграма та спектр для алгоритмів ESPIRIT і Root-MUSIC, інтерфейс користувача з результатами моделювання)

6. Консультанти:

Консультант	Кафедра (організація)	Частина роботи

Керівник роботи

Особистий підпис

Ярослав КРАЙНИК

Власне ім'я ПРІЗВИЩЕ

Здобувач

Особистий підпис

Максим КОВАЛЕНКО

Власне ім'я ПРІЗВИЩЕ

Дата видачі завдання «_____» _____ 2024 р.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН
виконання кваліфікаційної бакалаврської роботи

Тема: Програмна система моделювання визначення напрямку надходження сигналу

№	Найменування роботи	Початок	Закінчення	Примітки
1	Розробка та затвердження завдання на виконання КБР	01.004.2024	05.04.2024	Виконано
2	Огляд літератури за темою роботи	06.03.2025	20.03.2025	Виконано
3	Складання календарного плану КБР	19.03.2025	21.03.2025	Виконано
4	Аналіз предметної області	22.03.2025	31.03.2025	Виконано
5	Розробка проектних рішень	01.04.2025	10.04.2025	Виконано
6	Моделювання та конструювання ПЗ	11.04.2025	22.04.2025	Виконано
7	Перевірка працездатності, тестування та апробація розробленого ПЗ, аналіз результатів тестування	24.03.2025	28.05.2025	Виконано
8	Відгук керівника КБР	15.05.2025	17.05.2025	Виконано
9	Оформлення КБР та презентації	10.05.2025	04.06.2025	Виконано
10	Попередній захист	04.06.2025	05.06.2025	Виконано
11	Рецензування	15.05.2025	19.05.2025	
12	Завершення оформлення КБР та презентації	08.06.2025	17.06.2025	Виконано
13	Захист кваліфікаційної бакалаврської роботи	24.06.2025	24.06.2025	

Керівник роботи

Здобувач

Особистий підпис

Особистий підпис

Ярослав КРАЙНИК

Власне ім'я ПРИЗВИЩЕ

Максим КОВАЛЕНКО

Власне ім'я ПРИЗВИЩЕ

«____» _____ 20__ р.

АНОТАЦІЯ

до кваліфікаційної бакалаврської роботи

«Програмна система моделювання визначення напрямку надходження сигналу»

Студент 405 гр.: Коваленко М. С.

Керівник: к. т. н., доцент Крайник Я. М.

Кваліфікаційна бакалаврська робота (КБР) присвячена розробці та дослідженню програмної системи моделювання для визначення напрямку надходження сигналу (DoA – Direction of Arrival) за допомогою сучасних високоточних алгоритмів, таких як Root-MUSIC та ESPRIT.

Актуальність теми обумовлена широким застосуванням просторової фільтрації сигналів у системах зв'язку, радіолокації та навігації, а також необхідністю підвищення точності виявлення джерел сигналу з мінімальними ресурсами.

Об'єкт дослідження – процес просторової фільтрації та визначення напрямку на джерело сигналу в антенних решітках.

Предмет дослідження – алгоритмічні та програмні засоби реалізації методів Root-MUSIC та ESPRIT у середовищі Python.

Мета роботи – дослідження теоретичних та методичних засад визначення DoA та реалізація програмної моделі для порівняння точності та ефективності алгоритмів.

Практична значимість – розроблена система дозволяє тестувати алгоритми в умовах моделювання без дорогого обладнання та адаптується до платформ типу Jetson Nano, що відкриває можливості для портативного застосування в реальних задачах позиціонування.

У першому розділі розглянуто теоретичні основи визначення напрямку на джерело сигналу, класифікацію методів, переваги субпросторових підходів. У другому – подано реалізацію моделі: генерація сигналів, шумів, побудова інтерфейсу користувача, візуалізація результатів. У третьому – проведено тестування системи при різних рівнях шуму, побудовано графіки середньої похибки, сформульовано висновки щодо точності й доцільності застосування кожного з алгоритмів. Основні результати роботи відповідно до структури роботи (за розділами).

В цілому КБР містить 66 сторінок (без додатків), 8 таблиць, 9 рисунків, 16 джерел посилання та 1 додаток.

Ключові слова: фазовані антенні решітки, Root-MUSIC, ESPRIT, DoA, SNR, просторове моделювання, ULA.

ABSTRACT

of the Bachelor's Thesis

“Software system for modelling the direction of signal arrival”

Student: Maksym Kovalenko

Supervisor: Candidate of Technical Science (Ph. D), Assoc. Prof. Yaroslav Kraynyk

This bachelor's thesis is devoted to the development and investigation of a software system for modelling the DoA using high-resolution estimation algorithms, namely Root-MUSIC and ESPRIT.

Relevance: The topic is relevant due to the need for precise source localization in wireless communication, radar, and positioning systems, with minimal computational and hardware requirements.

Object of research: the process of spatial filtering and signal direction estimation in antenna arrays.

Subject of research: algorithmic and software tools for implementing the Root-MUSIC and ESPRIT methods using Python.

Goal: to analyse the theoretical background of DoA estimation and develop a simulation tool to compare algorithm efficiency and accuracy.

Practical significance: the developed system enables testing in simulation environments without expensive equipment and is adaptable for compact platforms such as Jetson Nano, allowing for practical mobile applications.

The first chapter presents theoretical foundations and classifications of DoA methods. The second chapter describes the implementation, including signal simulation, interface design, and result visualization. The third chapter includes testing under varying SNR levels, error analysis, and comparative assessment of algorithms. Main results of the work according to the structure of the work (by sections).

The paper consists of 66 pages (without appendices), 8 tables, 9 figures, 16 references, and 1 appendix.

Keywords: *phased antenna array, Root-MUSIC, ESPRIT, DoA, SNR, spatial modeling, ULA,*

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ.....	4
ВСТУП	5
1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ВИЗНАЧЕННЯ НАПРЯМКУ НАДХОДЖЕННЯ СИГНАЛІВ.....	8
1.1 Фізичні принципи формування напрямку приходу сигналів	8
1.2 Антенні решітки: типи, характеристики, принцип дії	10
1.3 Методики оцінки напрямку: огляд класичних та сучасних методів .	13
1.4 Теоретичні основи алгоритмів MUSIC, Root-MUSIC та ESPRIT.....	16
1.5 Порівняння ефективності алгоритмів за основними критеріями	19
1.6 Специфікація вимог до системи	21
Висновки по розділу 1	23
2 ПРОЄКТУВАННЯ ПРОГРАМНО-АПАРATНОЇ СИСТЕМИ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ВИЗНАЧЕННЯ DoA.....	24
2.1 Апаратна частина	24
2.2 Архітектура програмної системи	26
2.3 Моделювання сигналів та антенних решіток.....	30
2.4 Реалізація алгоритму Root-MUSIC у середовищі Python	32
2.5 Реалізація алгоритму ESPRIT у середовищі Python.....	36
2.6 Інтерфейс користувача (GUI або CLI) та можливості налаштування параметрів	40
Висновки до розділу 2	42
3 Розробка, Тестування ТА АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ	43
3.1 Розробка апаратної частини.....	43
3.2 Розробка програмної частини.....	43
3.3 Постановка тестів: вхідні дані та конфігурація	45
3.4 Тестування та верифікація результатів.....	48
3.5 Оцінка точності та стабільності методів при різних рівнях шуму	50
3.6 Порівняльний аналіз Root-MUSIC та ESPRIT	53
3.7 Графічне представлення результатів	57

3.8 Обговорення результатів та можливі напрямки масштабування програми.....	60
Висновки до розділу 3	62
ВИСНОВКИ.....	63
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ	65
ДОДАТОК А Код програми.....	67

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ

КБР	– кваліфікаційна бакалаврська робота
ФАР	– фазована антенна решітка
API	– Application Programming Interface
CLI	– Command Line Interface
CPU	– Central Processing Unit
CSV	– Comma-Separated Values
dB	– децибел
DoA	– Direction of Arrival
FFT	– Fast Fourier Transform
GPU	– Graphics Processing Unit
GUI	– Graphical User Interface
IDE	– Integrated Development Environment
PNG	– Portable Network Graphics
RAM	– Random Access Memory
RMSE	– Root Mean Square Error
SNR	– Signal-to-Noise Ratio
UCA	– Uniform Circular Array
ULA	– Uniform Linear Arra
USB	– Universal Serial Bus

ВСТУП

У сучасних системах радіозв'язку, радіолокації, навігації та електронної розвідки визначення напрямку надходження сигналу (англ. Direction of Arrival, DoA) є одним із ключових завдань. Його розв'язання дозволяє локалізувати джерело радіо-хвиль, покращити просторову фільтрацію та підвищити точність позиціонування об'єкта. Особливої важливості це питання набуває в умовах зростаючих вимог до швидкості обробки, надійності та точності у складних шумових середовищах. Високоточні методи оцінки кута приходу сигналу здатні забезпечити технологічні переваги у сфері оборонних та цивільних телекомунікацій, робототехніки, супутникового моніторингу. Алгоритми, засновані на субпросторових методах, зокрема Root-MUSIC та ESPRIT, демонструють високу роздільну здатність навіть при обмеженій кількості сенсорів. Водночас їх реалізація потребує глибокого математичного аналізу та адекватного програмного забезпечення, здатного відтворити процеси моделювання антенної решітки, генерації сигналів, обчислення коваріаційних матриць та виділення простору шуму. Тому розроблення програмної системи, що дозволяє моделювати визначення напрямку надходження сигналу із застосуванням сучасних субпросторових алгоритмів.

Метою цієї роботи є дослідження математичних і програмних засобів реалізації алгоритмів Root-MUSIC та ESPRIT для моделювання процесу визначення напрямку надходження сигналу, а також створення програмної системи з графічним інтерфейсом, що дозволяє проводити тестування точності цих алгоритмів у змодельованих умовах.

Об'єктом дослідження є процес визначення напрямку приходу сигналів в антенних решітках, а **предметом** — алгоритмічне та програмне забезпечення, що забезпечує реалізацію методів Root-MUSIC та ESPRIT з подальшою візуалізацією результатів.

Робота ґрунтується на поєднанні теоретичних знань у сфері цифрової обробки сигналів та практичної реалізації моделей у середовищі Python.

Особлива увага приділяється адаптації програми для використання на апаратно обмежених платформах і наданню користувачеві інтуїтивно зрозумілого інтерфейсу.

Завдання до роботи:

- проаналізувати основні підходи до визначення напрямку надходження сигналу в антенних решітках;
- розглянути математичні основи субпросторових методів, зокрема алгоритмів Root-MUSIC та ESPRIT;
- реалізувати алгоритми Root-MUSIC та ESPRIT мовою програмування Python;
- побудувати графічний інтерфейс користувача для взаємодії з програмною системою;
- провести моделювання сигналів і шумів для тестування роботи алгоритмів;
- виконати тестування реалізованих методів при різних рівнях шуму (SNR);
- побудувати графіки результатів тестування для візуального аналізу похибки.

У межах дослідження було проаналізовано існуючі методи визначення DoA, реалізовано обидва алгоритми в програмному середовищі, створено інтерфейс користувача, виконано тестування при різних рівнях шуму, а також розроблено графічні інструменти для візуального представлення результатів. Результати дослідження дозволяють порівняти ефективність методів Root-MUSIC та ESPRIT та сформулювати рекомендації щодо їх застосування залежно від конкретних умов задачі.

Метод дослідження. У процесі дослідження застосовано метод математичного моделювання для побудови сигналів, що надходять під різними кутами на антенну решітку, а також методи цифрової обробки сигналів для розрахунку коваріаційної матриці і розділення простору сигналу та шуму. Для реалізації алгоритмів Root-MUSIC та ESPRIT

використовувалися чисельні методи лінійної алгебри, зокрема сингулярне розкладання та власні значення матриць. Крім того, було застосовано метод комп'ютерної симуляції для створення програмного модуля, здатного автоматично генерувати сигнали, додавати шум, обчислювати напрямки приходу та візуалізувати результати. Результати оцінювалися за допомогою теоретичних тестів та порівняння похибок у визначенні напрямків при різних рівнях співвідношення сигнал/шум.

Практичне значення:

Розроблена система має прикладне значення у тих сферах, де необхідне визначення напрямку надходження сигналу з використанням антенних решіток. Система може бути корисною для створення прототипів пристроїв радіомоніторингу, а також для досліджень, пов'язаних із просторовою обробкою сигналів.

Крім того, система придатна для навчальних цілей – у межах курсів з цифрової обробки сигналів або прикладної математики, де необхідна наочна демонстрація роботи субпросторових методів. Реалізація в середовищі Python та можливість запуску на вбудованих пристроях, зокрема Jetson Nano, розширює сферу її використання в проектуванні малогабаритних систем із обмеженими обчислювальними ресурсами. Простий графічний інтерфейс спрощує взаємодію з алгоритмами для користувачів, які не мають глибокої технічної підготовки, що дозволяє адаптувати систему для інженерних, освітніх та експериментальних задач.

1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ВИЗНАЧЕННЯ НАПРЯМКУ НАДХОДЖЕННЯ СИГНАЛІВ

1.1 Фізичні принципи формування напрямку приходу сигналів

Визначення DoA ґрунтується на здатності антенних систем виявляти відмінності у фазі, амплітуді або часовій затримці сигналів, що надходять з різних просторових напрямків. Коли електромагнітна хвиля потрапляє на антенний масив, її фронт досягає кожного з елементів у різні моменти часу, залежно від кута приходу. Ця різниця в часі, яка перетворюється на фазову різницю завдяки відомій частоті сигналу, є основою для визначення напрямку джерела випромінювання.

Якщо розглядати лінійний антенний масив, який складається з однаково розміщених приймальних елементів з фіксованим інтервалом між ними, то сигнал, що надходить під певним кутом до нормалі масиву, буде досягати антен з певною затримкою. Ця затримка пропорційна відстані між елементами та синусу кута приходу. У разі гармонічного сигналу, затримка відображається у фазовому зсуві між сигналами, прийнятими різними антенами. Якщо ці фазові зсуви точно виміряти, можна визначити напрямок приходу хвилі за допомогою математичних методів.

Окрім фазового способу, існують також методи, що базуються на амплітудних співвідношеннях, коли порівнюється рівень сигналу, прийнятий різними елементами масиву. Такі методи є менш точними у високочастотному діапазоні, оскільки амплітудні характеристики легко спотворюються шумами, перешкодами та особливостями каналу передачі. Саме тому фазовий метод, особливо у поєднанні з цифровою обробкою сигналів, є основою сучасних алгоритмів, таких як MUSIC, Root-MUSIC, ESPRIT, які працюють у спектральній та субпросторовій областях.

Сигнали можуть бути як вузькосмуговими, так і широкосмуговими. У випадку вузькосмугових сигналів вважається, що всі антенні елементи приймають сигнал з однаковою частотою, і його фазовий зсув залежить лише

від різниці ходу. Це суттєво спрощує математичну модель і дозволяє застосовувати методи, побудовані на аналізі коваріаційної матриці вхідних даних. При ширококугових сигналах ситуація ускладнюється, і для точного визначення напрямку необхідна попередня обробка, зокрема розділення частотних компонент або використання спеціалізованих ширококугових алгоритмів.

Узагальнюючи, фізична суть визначення напрямку приходу сигналу полягає в аналізі відмінностей у прийнятті хвиль різними елементами просторово рознесеної антенної системи, що дозволяє відтворити геометричне положення джерела сигналу в просторі. Ці особливості є фундаментом для побудови математичних моделей та алгоритмів визначення DoA, які будуть реалізовані у програмному середовищі моделювання.

Таблиця 1.1 – Основні фізичні параметри, що впливають на формування напрямку приходу сигналів

Фізичний параметр	Опис впливу на прийом сигналу
Часова затримка	Визначає різницю у моменті досягнення сигналу між елементами антенного масиву.
Фазовий зсув	Спричиняється різницею ходу хвиль, дозволяє оцінити напрямок приходу.
Амплітуда сигналу	Може змінюватися через втрати в середовищі або напрямну діаграму антени.
Кут приходу сигналу (DoA)	Кут між напрямком сигналу і перпендикуляром до антенного масиву, основна мета вимірювання.
Інтервал між антенами	Впливає на чутливість до напрямку та можливість уникнення неоднозначностей у фазових вимірюваннях.

Розглянуті фізичні параметри, зведені у табл. 1.1, є основою для побудови аналітичних та алгоритмічних моделей визначення напрямку приходу сигналу. Зокрема, фазовий зсув і часова затримка відіграють ключову роль у методах, що базуються на аналізі кореляційної або коваріаційної матриці сигналів, прийнятих антенним масивом. Ці характеристики використовуються в алгоритмах, таких як MUSIC, Root-MUSIC та ESPRIT, де

напрямок визначається шляхом пошуку власних значень або коренів характеристичного полінома, які відповідають сигнал-простору.

Важливо зазначити, що точність визначення DoA значною мірою залежить від геометрії антенного масиву, зокрема від інтервалу між його елементами. Надмірно великий інтервал може спричинити фазову неоднозначність, а надто малий – знижує роздільну здатність. Найбільш поширеним і ефективним є розміщення елементів на відстані половини довжини хвилі, що забезпечує оптимальний баланс між точністю і надійністю виявлення.

Крім того, амплітудні характеристики сигналу можуть бути використані в доповнення до фазових вимірювань, зокрема в умовах багатопроменевого розповсюдження або складної інтерференційної обстановки. Хоча самі по собі амплітудні методи мають нижчу точність, їхнє поєднання з фазовими оцінками може підвищити загальну стійкість системи до шуму.

1.2 Антенні решітки: типи, характеристики, принцип дії

Антенні решітки відіграють ключову роль у системах просторового аналізу сигналів, оскільки саме завдяки їх геометричному розміщенню стає можливим визначення напрямку надходження електромагнітної хвилі. Суть антенної решітки полягає у використанні кількох приймальних елементів, розташованих у певному порядку, які реєструють сигнал із просторовою різницею у часі чи фазі. Залежно від розташування елементів у просторі, антенні решітки поділяються на лінійні, площинні та об'ємні. Найбільш поширеними є лінійні решітки, зокрема рівномірно розміщені лінійні решітки (англ. Uniform Linear Array, ULA), які забезпечують зручність математичного моделювання та простоту реалізації. У таких решітках елементи розташовані вздовж прямої лінії на рівновіддаленій відстані, зазвичай рівній половині довжини хвилі сигналу, що мінімізує виникнення фазових неоднозначностей.

Основною характеристикою антенної решітки є її напрямна діаграма, яка відображає просторову чутливість системи до сигналів з різних напрямків.

Ця діаграма формується в результаті інтерференції сигналів, прийнятих усіма елементами, і дозволяє підсилити сигнал з бажаного напрямку та ослабити сигнали з небажаних. Важливою властивістю є також роздільна здатність антенної решітки, яка визначає мінімальний кут між двома джерелами сигналу, при якому система здатна їх розділити. Вона залежить від кількості антенних елементів, їх розташування та довжини хвилі сигналу. Зі збільшенням кількості елементів та ширини масиву підвищується здатність точно виявляти малі кути приходу.

Принцип дії антенної решітки базується на аналізі різниці фаз або часу між сигналами, які приходять до різних елементів. Наприклад, якщо сигнал надходить під певним кутом до масиву, його фронт досягає крайніх елементів у різні моменти часу. Ця різниця перетворюється у фазовий зсув, який залежить від кута приходу та довжини хвилі. Завдяки обробці цих зсувів за допомогою методів цифрової обробки сигналів можна точно оцінити напрямок джерела сигналу.

У сучасних системах широко використовуються фазовані антенні решітки, в яких фаза кожного елемента може динамічно змінюватися, що дозволяє змінювати напрямок прийому або передавання сигналу без механічного обертання антени. Такі системи дозволяють формувати так звані «електронні промені», які можуть одночасно відстежувати кілька джерел сигналу.

Антенна решітка є основним фізичним інструментом просторового фільтрування та визначення напрямку приходу сигналу, а її характеристики визначають точність і стійкість усієї системи. Її тип, форма, кількість елементів і відстань між ними мають безпосередній вплив на ефективність алгоритмів DoA, які будуть реалізовані в подальших етапах програмного моделювання.

Таблиця 1.2 – Типи антенних решіток та їх основні характеристики

Тип антенної решітки	Основні характеристики
ULA	Елементи розміщені на одній прямій на рівних відстанях; проста реалізація; висока точність при невеликій кількості джерел.
Площинна решітка (Planar Array)	Антени розміщені у двовимірному просторі (решітка X-Y); дозволяє визначати азимут і кут підйому; складніша обробка.
Циліндрична або кільцева решітка	Антени розташовані по колу або циліндру; забезпечує круговий огляд; може використовуватись у мобільних системах.
Сферична (об'ємна) решітка	Антени рівномірно розміщені в об'ємі; найвища точність, можливість 3D-визначення напрямку; дуже висока обчислювальна складність.
ФАР	Можливість електронного сканування променя; швидке переналаштування напрямку; використовується у радіолокації та зв'язку.

Після розгляду типів антенних решіток та їх характеристик стає очевидним, що вибір геометрії масиву безпосередньо впливає на ефективність методів визначення напрямку приходу сигналу. Лінійна рівномірна решітка, завдяки своїй простоті, є найчастіше використовуваною у практичних системах, особливо при розробці алгоритмів, які орієнтуються на одновимірне визначення азимутального кута. Проте в задачах, де необхідне одночасне визначення як азимуту, так і кута підйому, площинні та об'ємні структури забезпечують більшу просторову точність, хоча й вимагають складнішої математичної обробки та більш потужного обчислювального забезпечення[2].

Застосування фазованих антенних решіток відкриває можливості для створення адаптивних систем, здатних у реальному часі змінювати напрям прийому сигналів, фокусуючись на найбільш інформативних джерелах або виключаючи завади. Завдяки електронному скануванню, такі системи значно переважають традиційні механічно керовані антени в швидкодії, надійності та точності. Водночас складність побудови та вартість фазованих решіток

вимагає їх використання переважно у високотехнологічних сферах, таких як оборонні системи, аерокосмічні технології та 5G-комунікації.

Крім геометрії антенного масиву, важливу роль відіграють параметри розташування антен, зокрема інтервал між ними, оскільки він впливає на виникнення неоднозначностей у фазовому вимірюванні. Якщо цей інтервал перевищує половину довжини хвилі сигналу, можуть виникати помилки, пов'язані з фазовим обгортанням. Саме тому у практиці зазвичай використовують міжелементні відстані, що дорівнюють або менші за $\lambda/2$.

1.3 Методики оцінки напрямку: огляд класичних та сучасних методів

Методики оцінки DoA пройшли значну еволюцію – від простих геометричних підходів до складних статистичних і субпросторових алгоритмів, що дозволяють досягати високої точності навіть в умовах сильних шумів та обмеженої кількості приймальних елементів. На початковому етапі розвитку радіотехнічних систем використовувалися класичні методи на основі часових або амплітудних вимірювань. Наприклад, методи тріангуляції або пеленгації передбачали використання кількох географічно рознесених приймачів для визначення моменту приходу сигналу та обчислення його напрямку через аналіз часових затримок. Такі методи характеризувалися простою реалізацією, однак вони були малостійкими до шумів, вимагали синхронізації систем і мали невисоку точність при коротких відстанях.

Іншим класом класичних методів стали амплітудні техніки, зокрема метод різнорівневої антени, де визначення напрямку базувалося на співвідношенні амплітуд сигналу, прийнятого різними елементами з відомими напрямними характеристиками. Хоча реалізація таких систем є простою, точність істотно знижується при наявності багатопроменевого розповсюдження або в складному середовищі. У вузькосмугових системах найбільш поширеним стало використання фазових методів, де на основі вимірювання фазових зсувів між сигналами, прийнятими різними антенами,

можна визначити кут приходу хвилі. Ці методи ефективні в умовах рівномірного антенного масиву і стали основою для подальшого розвитку алгоритмів.

Згодом з появою потужних обчислювальних засобів почали активно розвиватися так звані методи, що базуються на обробці коваріаційних матриць сигналів[1]. Одним із найвідоміших є метод MUSIC (Multiple Signal Classification), що використовує власні значення та власні вектори коваріаційної матриці сигналів для поділу на простір сигналу і простір шуму. Цей метод має високу роздільну здатність і здатний точно визначати кілька джерел сигналу навіть при близьких кутах приходу, однак вимагає попереднього знання кількості джерел, а також точного розрахунку коваріаційної матриці.

Подальшим розвитком методу MUSIC став алгоритм Root-MUSIC, що замість спектрального пошуку використовує знаходження коренів полінома, побудованого на основі характеристик антенного масиву. Цей метод є швидшим у реалізації, забезпечує кращу точність при симетричних масивах і знижує обчислювальну складність. Ще одним потужним субпросторовим методом є алгоритм ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques), який базується на властивості обертальної інваріантності антенних масивів і дозволяє уникнути спектрального пошуку взагалі. ESPRIT вимагає розщеплення антенного масиву на дві ідентичні підreshітки та працює виключно з обчисленням матричних операцій, що дає йому перевагу в обчислювальній ефективності.

Крім субпросторових методів, активно розвиваються і сучасні статистичні та машинні підходи до оцінки DoA. Зокрема, методи максимізації правдоподібності (англ. Maximum Likelihood Estimation) забезпечують оцінки з найменшою дисперсією, проте мають надзвичайно високу обчислювальну складність і рідко використовуються в реальному часі. У контексті машинного навчання почали застосовуватися нейронні мережі, які навчаються визначати кут приходу на основі великої кількості симульованих або експериментальних

даних. Такі підходи демонструють перспективні результати, але вимагають значних обсягів навчальної вибірки та є менш інтерпретованими у порівнянні з аналітичними методами.

Таблиця 1.3 – Порівняння методів оцінки напрямку надходження сигналу

Метод оцінки напрямку	Коротка характеристика
Тріангуляція (TOA, TDOA)	Використовує часову затримку між приймачами; потребує синхронізації; низька точність на малій відстані.
Амплітудний метод	Оцінює напрямок за рівнем сигналу; проста реалізація; низька точність у шумових умовах.
Фазовий метод	Базується на аналізі фазових зсувів між елементами решітки; точніший за амплітудний.
MUSIC	Субпросторовий метод з високою роздільною здатністю; потребує спектрального пошуку та кількості джерел.
Root-MUSIC	Оптимізований MUSIC; визначає напрямки через корені полінома; менша обчислювальна складність.
ESPIRIT	Використовує обертальну інваріантність підрешіток; ефективний без спектрального пошуку.

Порівняльний аналіз, наведений у табл. 1.3, підтверджує значну варіативність підходів до оцінки напрямку надходження сигналу та дозволяє зробити важливі висновки щодо їх застосування в різних умовах. Методи, що базуються на геометричних принципах, таких як тріангуляція, залишаються релевантними у випадках, коли необхідно працювати з географічно рознесеними приймачами і є можливість забезпечити точну часову синхронізацію. Проте їх точність значно знижується при малих базах або високому рівні шуму, що обмежує сферу використання.

Амплітудні та фазові методи, які орієнтовані на відносні вимірювання між елементами антенної решітки, забезпечують вищу точність, особливо у вузькосмугових системах. Проте фазові методи мають суттєву перевагу над

амплітудними, оскільки менш чутливі до впливу перешкод і відбиттів. Саме фазові відмінності лежать в основі сучасних субпросторових методів, що довели свою ефективність у задачах з обмеженою кількістю приймальних елементів та високою точністю виявлення напрямку навіть за близько розташованими джерелами.

З-поміж усіх проаналізованих методів, субпросторові алгоритми, такі як MUSIC, Root-MUSIC та ESPRIT, демонструють найбільш вигідне поєднання точності, надійності та обчислювальної ефективності. MUSIC забезпечує високу роздільну здатність, але потребує спектрального пошуку, що ускладнює його реалізацію в реальному часі. Алгоритм Root-MUSIC усуває потребу у спектральному скануванні, замінюючи його пошуком коренів полінома, що зменшує обчислювальні витрати. Натомість ESPRIT базується на концепції обертальної інваріантності, що дозволяє обійти етап спектрального аналізу і спростити реалізацію при збереженні високої точності. Ці методи особливо ефективні у симетричних антенно-решіткових конфігураціях, коли забезпечується математична сумісність між підмасивами. Сучасні тенденції включають використання статистичних та машинних підходів, зокрема методів максимізації правдоподібності та глибинного навчання. Хоча вони демонструють надзвичайно високу теоретичну точність, їх обчислювальні витрати залишаються значною перешкодою для широкого впровадження у практичні реального-часові системи.

1.4 Теоретичні основи алгоритмів MUSIC, Root-MUSIC та ESPRIT

Після систематичного аналізу існуючих методів оцінки напрямку приходу сигналу логічним кроком є поглиблене вивчення теоретичних основ трьох найбільш ефективних субпросторових алгоритмів: MUSIC, Root-MUSIC та ESPRIT. Кожен із них ґрунтується на побудові коваріаційної матриці сигналів, які надходять до антенного масиву, та подальшому її спектральному

або матричному аналізі з метою відокремлення простору сигналу від простору шуму[3].

Алгоритм MUSIC базується на припущенні, що сигнали, які надходять із різних напрямків, утворюють лінійно незалежну множину векторами вхідних сигналів. Коваріаційна матриця, побудована на основі прийнятих сигналів, має власні вектори, частина з яких відповідає сигнал-простору (тобто простору, натягнутому на сигнали з джерел), а інша частина – шум-простору, тобто власним вектором, які є ортогональними до сигналів, що надходять із реальних джерел. Ідея MUSIC полягає у побудові спектра функції $P(\theta)$, яка має мінімуми у напрямках, ортогональних до шум-простору, та максимуми у напрямках реальних сигналів. Знаходження піків цієї функції дозволяє визначити кути приходу сигналів з високою точністю. Алгоритм є ефективним при наявності декількох джерел, але потребує знання їхньої кількості та є чутливим до помилок у визначенні рангу коваріаційної матриці[1].

Алгоритм Root-MUSIC, який є модифікацією класичного MUSIC, має спрощену форму обчислення, особливо ефективну для симетричних лінійних решіток. Основна відмінність Root-MUSIC полягає в тому, що замість побудови та аналізу спектральної функції, як у MUSIC, метод формує поліном, корені якого містять інформацію про напрямки надходження сигналів. Зокрема, для рівномірно розміщеної ULA цей поліном має спеціальну структуру, яка дозволяє легко виділити ті корені, що знаходяться найближче до одиничного кола у комплексній площині, і саме ці корені відповідають дійсним напрямкам. Root-MUSIC значно знижує обчислювальні витрати, оскільки уникає пошуку максимумів по сітці кутів, що особливо важливо при великій кількості джерел або необхідності швидкої обробки.

Алгоритм ESPRIT ґрунтується на принципі обертальної інваріантності, притаманній спеціальним конфігураціям антенних масивів. Суть цього принципу полягає в тому, що сигнал-простір, утворений підрешітками антенного масиву, зміщеними на фіксовану відстань один від одного, зберігає інформацію про напрям приходу сигналу у вигляді фази повороту між цими

підрешітками. У цьому методі не проводиться спектральний пошук, як у MUSIC чи Root-MUSIC. Натомість здійснюється побудова двох матриць, що описують сигнал-простір відповідно для кожної підрешітки, після чого визначається матриця переходу (інваріантності), власні значення якої безпосередньо пов'язані з напрямками приходу. Завдяки відсутності необхідності у пошуку максимумів, ESPRIT демонструє вищу швидкодію при збереженні точності, порівнянної з MUSIC. До того ж, цей метод менш чутливий до помилок квантування по кутовій сітці, однак вимагає чіткої геометричної структури масиву та високої якості коваріаційної матриці.

Таблиця 1.4 – Переваги та недоліки методів оцінки напрямку сигналу

Метод	Переваги	Недоліки
Тріангуляція	Проста реалізація, можливість застосування на великих відстанях	Низька точність при малій базі, потребує точного часу
Амплітудний метод	Низька обчислювальна складність, просте обладнання	Чутливість до перешкод, нестабільна точність
Фазовий метод	Вища точність у вузькосмугових сигналах, хороша стійкість	Потреба у точному знанні довжини хвилі, обмеження по інтервалу антен
MUSIC	Висока роздільна здатність, здатність до виявлення багатьох джерел	Потребує знання кількості джерел, складна реалізація
Root-MUSIC	Зниження обчислювального навантаження, відсутність спектрального сканування	Працює лише з симетричними решітками, складне кореневе обчислення
ESPRIT	Швидка обробка, хороша точність, не потребує спектрального пошуку	Вимога однакових підмасивів, складність реалізації для нестандартних решіток

Аналіз переваг та недоліків методів, представлений у табл. 1.4, дозволяє зробити висновок про доцільність вибору конкретного алгоритму в залежності від умов експлуатації, наявного обчислювального ресурсу та вимог до

точності. У прикладних завданнях, де пріоритетом є проста реалізація з мінімальними ресурсами, можуть бути застосовані класичні амплітудні або фазові методи, однак варто зважати на їхню обмежену точність і вразливість до шумів. У випадках, коли вирішальне значення має висока точність визначення напрямку, особливо в складних електромагнітних умовах, найбільш ефективними виявляються субпросторові методи – MUSIC, Root-MUSIC та ESPRIT.

Високоточна оцінка MUSIC дозволяє розділяти сигнали, що надходять із дуже близьких напрямків, проте реалізація цього методу потребує великої кількості обчислень, що не завжди є прийнятним у реальному часі. Root-MUSIC демонструє подібний рівень точності, але значно скорочує час обробки за рахунок аналітичного підходу до знаходження напрямків, що робить його більш придатним для систем швидкодії. Алгоритм ESPRIT, у свою чергу, вигідно вирізняється можливістю обходитися без спектрального сканування, що мінімізує похибки квантованого пошуку і дозволяє реалізувати систему, стійку до зсувів фази та перешкод у сигнальному просторі.

Методи на основі штучного інтелекту і машинного навчання є перспективним напрямком, особливо з урахуванням здатності адаптуватися до змін середовища та працювати з неідеальними даними. Проте їх реалізація вимагає великої навчальної вибірки, ретельного налаштування та високих обчислювальних ресурсів, що обмежує їх застосування в польових умовах або на вбудованих пристроях. З іншого боку, метод максимізації правдоподібності демонструє неперевершену теоретичну точність, однак через надмірну обчислювальну складність залишається більше інструментом для верифікації інших методів, ніж основою для практичної реалізації.

1.5 Порівняння ефективності алгоритмів за основними критеріями

Порівняння ефективності алгоритмів оцінки напрямку приходу сигналу за основними критеріями дозволяє оцінити їх придатність до практичного

застосування у різних умовах, зокрема в реальному часі, в умовах сильного шуму, при великій кількості джерел сигналу або при обмежених апаратних ресурсах. Основними критеріями ефективності таких алгоритмів є точність визначення напрямку (кутова похибка), роздільна здатність (здатність розділити джерела, що надходять під близькими кутами), стійкість до шуму, обчислювальна складність, потреба у попередній інформації, гнучкість до зміни конфігурації антенного масиву та придатність до реалізації в реальному часі.

Алгоритм MUSIC характеризується дуже високою роздільною здатністю, що дозволяє точно відокремлювати сигнали навіть у випадках, коли джерела надходять під кутами з різницею менше ніж один градус. Це робить його надзвичайно ефективним у задачах, пов'язаних з високоточними системами радіолокації або радіоастрономії. Водночас MUSIC має високу обчислювальну складність через потребу у спектральному пошуку та розрахунку функції псевдоспектра, що обмежує його використання у системах з обмеженими обчислювальними ресурсами або в реальному часі. Метод також вимагає знання кількості джерел сигналу, що не завжди можливо забезпечити на практиці, особливо в складних заводових умовах.

Root-MUSIC є варіацією MUSIC, яка завдяки аналітичному підходу до пошуку коренів полінома забезпечує еквівалентну точність при значно нижчій обчислювальній складності. Цей алгоритм особливо ефективний при використанні рівномірно-лінійних антенних решіток, де структура сигналу дозволяє звести задачу до пошуку коренів характеристичного полінома. Внаслідок цього усувається необхідність сканування простору напрямків, що суттєво зменшує час обробки та забезпечує можливість його використання у реальних пристроях. Водночас Root-MUSIC має обмеження щодо типу решітки – він ефективний переважно для симетричних і регулярних масивів. Алгоритм ESPRIT демонструє аналогічну або навіть вищу ефективність у порівнянні з MUSIC і Root-MUSIC, при цьому не потребує спектрального пошуку та дозволяє працювати без попередньої дискретизації кута. Його

обчислювальна ефективність базується на використанні властивостей обертальної інваріантності підмасивів антенної решітки. Такий підхід дозволяє визначити кути приходу на основі аналізу власних значень матриці переходу між двома підмасивами, що забезпечує як точність, так і швидкодію. Проте ESPRIT вимагає дуже точної геометрії масиву та високої якості попереднього розділення сигнал-простору, а також може виявитися менш стійким до помилок у коваріаційній матриці у випадках низького відношення сигнал/шум.

Загалом, усі три алгоритми – MUSIC, Root-MUSIC та ESPRIT – є придатними для високоточних систем визначення напрямку сигналу, однак вибір конкретного методу повинен базуватися на балансі між обчислювальною складністю, вимогами до точності та особливостями апаратної реалізації. У системах, де важлива найвища точність і є потужне апаратне забезпечення, MUSIC залишається найкращим варіантом. У випадках, де необхідна швидкість та обмежені ресурси, доцільніше застосовувати Root-MUSIC або ESPRIT, залежно від конфігурації антенного масиву та вимог до стабільності результату. Таким чином, ефективність алгоритмів слід оцінювати комплексно, враховуючи як математичні, так і інженерні аспекти реалізації.

Також можливе комбіноване використання ESPRIT та Root-MUSIC, що дозволяє об'єднати переваги обох підходів – точність і обчислювальну ефективність[4].

1.6 Специфікація вимог до системи

У цьому пункті сформульовано вимоги до розроблюваної програмної системи моделювання визначення DoA. Специфікація включає як функціональні, так і нефункціональні вимоги, а також апаратні та програмні обмеження, що забезпечують узгодженість реалізації з обраною архітектурою системи.

Функціональні вимоги:

- 1) система повинна реалізовувати два алгоритми оцінки DoA: Root-MUSIC та ESPRIT;
- 2) користувач повинен мати змогу обирати параметри моделювання: кількість джерел сигналів, рівень шуму (SNR), кількість сенсорів у решітці;
- 3) система повинна генерувати тестові сигнали з моделюванням білого гаусового шуму;
- 4) результати обробки мають виводитись у вигляді графіків (спектр оцінки, полярні діаграми, графіки похибки) та числових значень;
- 5) користувач повинен мати змогу переглянути результати обох алгоритмів для порівняння;
- 6) має бути реалізований графічний інтерфейс користувача з базовим управлінням та відображенням результатів.

Нефункціональні вимоги:

- 1) система повинна забезпечувати стабільну роботу під час моделювання масивів сигналів до 10 000 точок на кожен канал;
- 2) інтерфейс користувача має бути інтуїтивно зрозумілим і містити засоби для налаштування параметрів (алгоритм, рівень шуму, кількість джерел);
- 3) візуалізація результатів (графіки похибок та напрямків) повинна виконуватись упродовж 2–3 секунд після завершення обчислень;
- 4) система повинна коректно працювати на вбудованих пристроях з обмеженими ресурсами.

Вимоги до апаратної частини:

- 1) обчислювальна платформа: Jetson Nano (або аналогічна) з 4-ядерним ARM-процесором та мінімум 4 ГБ оперативної пам'яті;
- 2) сенсорна частина: лінійна мікрофонна решітка (ULA) з цифровими MEMS-мікрофонами (наприклад, Knowles SPH0645);
- 3) підключення мікрофонів через I2S інтерфейс із підтримкою синхронного зчитування;

- 4) живлення пристрою – від джерела 5 В, можливість автономної роботи;
- 5) наявність відеовиходу (HDMI) або можливість доступу через мережу (Wi-Fi / Ethernet).

Вимоги до програмного забезпечення:

- 1) мова програмування: Python 3.7 або вище;
- 2) основні бібліотеки: NumPy, SciPy, Matplotlib, PyQt5 або Tkinter, PyAudio (або ALSA);
- 3) реалізація модульної структури з розділенням на блоки генерації сигналів, обробки, візуалізації та GUI;
- 4) підтримка роботи у реальному часі;
- 5) час реакції програми на введення користувача – до 3 секунд;
- 6) сумісність із ARM-платформами (Jetson, Raspberry Pi 4 тощо) та десктопними ОС.

Отже, сформовано основні вимоги для подальшої розробки система моделювання визначення напрямку надходження сигналу.

Висновки по розділу 1

У першому розділі було розглянуто основні принципи визначення DoA в антенних решітках, що є актуальним завданням у сучасних системах зв'язку, радіолокації та навігації. Проведено аналіз існуючих підходів до оцінювання кута приходу сигналу, зокрема методів на основі обробки фазових зсувів. Особливу увагу приділено субпросторовим алгоритмам Root-MUSIC та ESPRIT, які вирізняються високою роздільною здатністю та придатністю до реалізації в умовах обмежених апаратних ресурсів.

Розглянуто математичні основи зазначених методів, їх переваги та обмеження, а також наведено порівняння з традиційними підходами. Теоретичний аналіз створює основу для подальшого моделювання алгоритмів, розробки програмної системи та проведення експериментальних досліджень у наступних розділах.

2 ПРОЄКТУВАННЯ ПРОГРАМНО-АПАРАТНОЇ СИСТЕМИ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ВИЗНАЧЕННЯ DOA

2.1 Апаратна частина

Однією з перспективних платформ для реалізації систем визначення DoA є одно-платний комп'ютер Jetson Nano від NVIDIA. Його обчислювальні можливості у поєднанні з підтримкою паралельної обробки сигналів (CUDA) дозволяють реалізувати алгоритми Root-MUSIC та ESPRIT в реальному часі без необхідності у додатковому апаратному забезпеченні.



Рисунок 2.1– Jetson Nano [7]

Jetson Nano (Developer kit) оснащена чотирьох-ядерним процесором ARM Cortex-A57 та графічним модулем Maxwell GPU з 128 ядрами CUDA, що дозволяє ефективно виконувати операції лінійної алгебри, необхідні для обробки коваріаційних матриць, обчислення власних значень та реалізації спектрального аналізу.

В контексті реалізації системи моделювання DoA, Jetson Nano може використовуватись як хост-платформа, до якої підключається мікрофонна антена або фазована антенна решітка, з подальшою обробкою сигналів на борту.

Таблиця 2.1 – Характеристики Jetson Nano

Параметр	Значення
Процесор	ARM Cortex-A57, 4 ядра
Графічний процесор	NVIDIA Maxwell, 128 ядер
Оперативна пам'ять	4 ГБ LPDDR4
Інтерфейси	GPIO, I2S, USB, HDMI, Ethernet, Wi-Fi*
Живлення	5 В, 4 А через micro-USB або порт GPIO
Операційна система	Linux (архітектури ARM/x86_64)
Призначення	Реалізація алгоритмів DOA, робота з PyQt/PyAudio

Такий підхід дозволяє застосовувати розроблену систему не лише в академічному моделюванні, але і в портативних прикладних пристроях для геолокації, розвідки, навігації або автономного моніторингу простору.

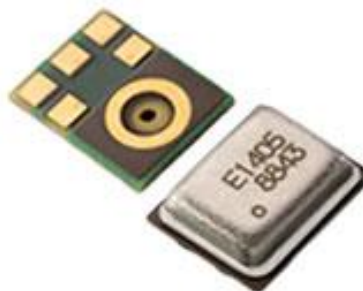


Рисунок 2.2– MEMS-мікрофон Knowles SPH0645 [8]

У якості антени для моделювання визначення напрямку надходження сигналу використовується лінійний мікрофонний масив, сформований на основі цифрових MEMS-мікрофонів типу INMP441 або Knowles SPH0645. Ці мікрофони мають інтерфейс I2S, що забезпечує синхронну передачу цифрового сигналу з мінімальними втратами, та характеризуються широким частотним діапазоном, високим співвідношенням сигнал/шум ($SNR > 60$ дБ) і стабільною чутливістю.

Мікрофони розміщуються у конфігурації ULA з міжелементною відстанню $\lambda/2$, що дозволяє точно моделювати фазову різницю сигналів при різних кутах приходу. Такий антенний масив легко інтегрується з Jetson Nano, є недорогим, модульним і підходить для практичних експериментів та демонстрацій у середовищі Tinkercad або на макетній платі.

Таблиця 2.2 – Характеристики антени

Параметр	Значення
Модель	Knowles SPH0645 (цифровий MEMS I2S)
Кількість елементів	4
Прийомний інтерфейс	I2S, 16-бит, 48 кГц
Міжелементна відстань	$\lambda/2$ (~3.5 см при 2.4 ГГц)
Напруга живлення	3.3 В
Вартість комплекту (4 шт.)	~15–20 USD

Обраний мікрофонний масив збалансований за вартістю і функціональністю: цифровий вихід спрощує синхронізацію сигналів, а ULA-конфігурація забезпечує коректну фазову декомпозицію. Таке рішення дозволяє реалізувати справжню апаратно-програмну систему, легко відтворювану у Tinkercad – достатньо розташувати Jetson Nano (або його модель) поруч із масивом і з'єднати I2S-виходи цифрових мікрофонів із відповідними GPIO-інтерфейсами. Це спростить демонстрацію й доведе працездатність системи у складових лабораторіях або дистанційно.

2.2 Архітектура програмної системи

Архітектура програмної системи для моделювання визначення напрямку надходження сигналу за алгоритмами Root-MUSIC та ESPRIT базується на модульному принципі, що забезпечує гнучкість, масштабованість та зручність супроводу. Основу системи складають MEMS-мікрофони Knowles SPH0645, які формують антенний масив, та обчислювальний модуль Jetson Nano, на якому безпосередньо виконується обробка сигналів. Такий підхід забезпечує не лише моделювання, а й практичну реалізацію алгоритмів визначення

напрямку приходу акустичних сигналів у реальному часі. Такий підхід дозволяє не лише виконувати базове моделювання, а й розширювати систему для інтеграції додаткових алгоритмів або типів вхідних даних у майбутньому.

Система побудована на основі модульного принципу, що забезпечує гнучкість, масштабованість та зручність супроводу. Основу програмної частини становить блок обробки сигналів, який тісно взаємодіє з модулями отримання даних, реалізації математичних алгоритмів, візуалізації результатів та інтерфейсу користувача.

Архітектурна модель відповідає парадигмі Model–View–Controller (MVC), де:

- model реалізує алгоритми Root-MUSIC та ESPRIT;
- view забезпечує графічне представлення результатів;
- controller керує запуском, обробкою подій, взаємодією з користувачем та апаратним забезпеченням.

Систему умовно поділено на три рівні: рівень даних, рівень обробки та рівень представлення.

На рівні даних система отримує вхідні сигнали від групи MEMS-мікрофонів Knowles SPH0645, які підключено до Jetson Nano через I²S-інтерфейс. Мікрофони формують антенний масив з визначеним просторовим розташуванням, що дозволяє реєструвати сигнали з різних напрямків.

В результаті роботи мікрофонного масиву формується матриця прийнятих сигналів, яка використовується у подальшій обробці. Таким чином, на відміну від синтетичної генерації даних, система працює з реальними акустичними сигналами в умовах навколишнього середовища.

На рівні обробки відбувається побудова коваріаційної матриці сигналів та її подальший аналіз. Залежно від вибраного алгоритму – Root-MUSIC або ESPRIT – система використовує різні математичні процедури для оцінки напрямків. У випадку Root-MUSIC виконується спектральне розкладання або сингулярне розкладання коваріаційної матриці, визначається простір шуму та

обчислюється поліном, корені якого інтерпретуються як напрямки приходу сигналів. У ESPiRiT реалізується побудова двох підмасивів антенного масиву, формуються відповідні підпростори, та за допомогою процедури знаходження власних значень матриці переходу здійснюється визначення кутів. Обидва алгоритми реалізовано з урахуванням обмеження обчислювальної складності та можливості паралельного виконання основних обчислень, що дозволяє зберігати ефективність навіть при моделюванні багатьох джерел або великих антенних масивів.

Рівень представлення відповідає за вивід результатів обчислень користувачеві. Він включає графічні візуалізації напрямків надходження сигналів у вигляді полярних діаграм, графіків спектральних оцінок, спектрограм або гістограм похибок. Всі результати формуються в інтерактивному форматі, що дозволяє користувачеві змінювати параметри моделі у режимі реального часу та одразу бачити вплив цих змін на точність визначення напрямків. Інтерфейс також дозволяє експортувати отримані дані у форматах CSV або PNG для подальшого аналізу чи звітності. Передбачена можливість створення звітів автоматично на основі параметрів проведеного моделювання.

Система реалізується з використанням мови програмування Python, що обумовлено широкими можливостями для наукових розрахунків, доступністю бібліотек для цифрової обробки сигналів (NumPy, SciPy), візуалізації (Matplotlib, Seaborn) та побудови користувацьких інтерфейсів (Tkinter або PyQt). Архітектурна модель відповідає парадигмі Model–View–Controller (MVC), де модель відповідає за математичну логіку і обчислення, представлення реалізує інтерфейс користувача, а контролер організовує взаємодію між компонентами та обробку подій.

Загальна архітектура системи спрямована на забезпечення балансу між точністю обчислень, швидкістю роботи та зручністю для користувача. Завдяки цьому програмна система може використовуватись як у навчальних цілях, для демонстрації роботи алгоритмів DoA, так і як інструмент для попереднього

моделювання при проектуванні реальних приймальних систем із антенними масивами.



Рисунок 2.3 – блок-схема архітектури програмної системи

Побудована блок-схема (рис. 2.3) демонструє логіку взаємодії між ключовими модулями, що забезпечують повний цикл моделювання визначення напрямку приходу сигналу. Відправною точкою є модуль конфігурації антенного масиву, який визначає параметри просторового розташування елементів – їх кількість, інтервали, геометрію та форму масиву. Цей модуль безпосередньо впливає на модуль генерації даних, оскільки положення антен визначає фазову структуру сигналів, які будуть сформовані в моделі. Генерація даних включає створення сигналів із заданими параметрами (кутами приходу, частотами, фазами, амплітудами) і додаванням шуму, що імітує реальні умови прийому.

Сформовані сигнали надходять до центрального модуля системи – модуля обробки сигналів, який виконує побудову коваріаційної матриці, нормалізацію, фільтрацію та попередню оцінку структури сигналів. Саме цей модуль готує вхідні дані до математичного ядра, де реалізовано алгоритми Root-MUSIC та ESPRIT. Вибір алгоритму може здійснюватися або автоматично, залежно від структури масиву, або вручну користувачем через інтерфейс. У випадку Root-MUSIC система будує характеристичний поліном і визначає його корені, що відповідають напрямкам приходу. Якщо обрано ESPRIT, система створює підмасиви, обчислює матриці обертальної інваріантності та розв'язує задачу власних значень, результатом якої є кути приходу сигналів.

Результати обробки передаються до модуля візуалізації, який генерує графічне представлення – полярні діаграми, спектральні функції, спектрограми або числові таблиці. Вони інтегруються до користувацького інтерфейсу, який забезпечує двосторонню взаємодію з усіма модулями. Інтерфейс дозволяє змінювати параметри моделювання, перезапускати обчислення, порівнювати результати різних алгоритмів, а також експортувати візуалізації та звітні дані. Важливо, що архітектура побудована з урахуванням циклічної взаємодії, що дозволяє користувачеві змінювати окремі компоненти моделі без потреби повного перезапуску, наприклад, обирати інші кути або змінювати розмір антенного масиву й одразу бачити оновлені результати.

2.3 Моделювання сигналів та антенних решіток

Моделювання сигналів та антенних решіток є фундаментальним етапом у побудові програмної системи визначення напрямку надходження сигналу, оскільки саме цей процес забезпечує створення синтетичного середовища, максимально наближеного до умов реального прийому радіохвиль. У рамках моделювання формується математична модель прийому сигналу антенним масивом, яка враховує просторове розташування елементів, їхні

характеристики, параметри середовища, а також властивості самого сигналу, включаючи його частоту, фазу, амплітуду та напрямок надходження.

Основою цього процесу є створення антенного масиву – впорядкованого набору приймальних елементів, які можуть бути розташовані у вигляді лінійної, площинної або тривимірної структури. Найчастіше при моделюванні застосовується ULA, де антени розташовані вздовж прямої з рівним інтервалом, що дорівнює половині довжини хвилі сигналу. Така структура є оптимальною для субпросторових методів, оскільки забезпечує лінійну залежність фазових зсувів між сигналами, прийнятими різними елементами масиву. Положення кожного елемента у масиві задається у вигляді координат у просторі, що дозволяє обчислити відстань між джерелом сигналу та кожною антеною та відповідну затримку або фазовий зсув.

Сам сигнал у процесі моделювання представляється як вузькосмугова гармонічна хвиля, яка надходить з певного напрямку θ відносно нормалі до антенного масиву. Прийом цього сигналу кожним елементом описується як комплексна величина, де амплітуда може бути сталою або змінною, а фаза залежить від різниці ходу сигналу до кожного з елементів. Форма вхідного сигналу задається користувачем і може включати кілька джерел, кожне з яких має свій кут приходу, частоту, рівень шуму та часову затримку. При моделюванні багатьох джерел сигналів враховується їхня лінійна незалежність та змішування у просторово-часовій області. На цьому етапі також додається білий гаусівський шум, що дозволяє змоделювати вплив навколишнього середовища та перешкод. Його інтенсивність контролюється співвідношенням сигнал/шум (SNR), яке є одним із ключових параметрів моделі.

З точки зору математичного опису, результатом моделювання є вектор спостережень для кожного елемента антени, який містить комплексні значення прийнятих сигналів у дискретні моменти часу. Ці вектори формуються в матрицю, де кожен стовпчик відповідає конкретному часовому відліку, а кожен рядок – конкретному елементу антенного масиву. Отримана матриця є вихідним матеріалом для побудови коваріаційної матриці сигналу,

яка у подальшому аналізується алгоритмами Root-MUSIC та ESPRIT для оцінки напрямків.

Особливістю моделювання є необхідність дотримання умов ідеальної синхронізації між усіма елементами масиву, що є обґрунтованим припущенням у симуляційному середовищі. Для реалістичнішої моделі можуть бути враховані додаткові фактори, як-от фазовий дрейф, амплітудна нестабільність антен, рефракційні ефекти або багатопроменеве поширення. Такі розширення дозволяють дослідити роботу алгоритмів у складних умовах і оцінити їхню стійкість до викривлень.

На практиці, така модель дозволяє гнучко задавати кількість джерел, рівень шуму, типи сигналів, і навіть створювати сценарії з перехресними перешкодами або багатопроменевими ефектами. Це надзвичайно важливо як для перевірки роботи алгоритмів у змодельованих умовах, так і для подальшого навчання інтелектуальних систем або оптимізації реальних антенно-приймальних модулів. Таким чином, моделювання сигналів та антенних решіток не лише визначає вхідні параметри для розрахунків, а й формує основу для аналітичного оцінювання ефективності та точності всієї програмної системи, що буде реалізована в наступних розділах.

2.4 Реалізація алгоритму Root-MUSIC у середовищі Python

Реалізація алгоритму Root-MUSIC у середовищі Python є критично важливим етапом у побудові програмної системи для визначення напрямку надходження сигналу, оскільки саме цей алгоритм дозволяє точно оцінювати кути приходу без потреби у традиційному спектральному пошуку. На відміну від класичного MUSIC, який вимагає сканування всієї області можливих напрямків, Root-MUSIC використовує аналітичне знаходження коренів характеристичного полінома, що дозволяє значно зменшити обчислювальні витрати і зробити реалізацію придатною для систем реального часу. Початковим етапом реалізації є побудова моделі антенного масиву у вигляді рівномірно-лінійної решітки, де елементи розташовані з інтервалом $d = \lambda/2$, що

дозволяє уникнути фазових неоднозначностей. Кількість елементів масиву визначає розмірність простору сигналу і кількість напрямків, які можна розпізнати. Далі формується матриця прийнятих сигналів X , де кожен рядок відповідає антенному елементу, а кожен стовпець – певному часовому відліку. На основі цієї матриці обчислюється коваріаційна матриця:

$$R = (1/N)XX^H, \quad (2.1)$$

де X^H – ермітово спряжена матриця.

Для зменшення впливу шуму використовується процедура згладжування, а в разі необхідності – обмеження рангу матриці.

Наступним кроком є виконання сингулярного або власного розкладу коваріаційної матриці з поділом її спектру на дві частини: простір сигналів та простір шуму. Простір шуму формується з власних векторів, що відповідають найменшим власним значенням, і позначається як E_n . Цей простір є ортогональним до векторів направлення справжніх сигналів. У класичному MUSIC обчислюється спектральна функція, але в Root-MUSIC замість цього будується характеристичний поліном $P(z)$, який відображає проекцію напрямних векторів на простір шуму у комплексній площині[6].

Ключовою математичною операцією є побудова так званої Vandermonde-матриці, яка відображає фазові зсуви сигналів при заданих напрямках. Root-MUSIC використовує властивість того, що корені полінома, які знаходяться найближче до одиничного кола, відповідають дійсним напрямкам приходу сигналів. Тому обчислюється характеристичний поліном у змінній z , його корені знаходяться за допомогою стандартних методів, таких як функція `numpy.roots`, і з отриманого набору обираються ті, що мають модуль, найближчий до одиниці. Ці корені перетворюються у кути за допомогою зворотного перетворення:

$$\theta = \arcsin((\arg z \times \lambda) / (2\pi d)), \quad (2.21)$$

де $\arg z$ – аргумент комплексного кореня;

λ – довжина хвилі сигналу.



Рисунок 2.4 – блок-схема роботи алгоритму Root-MUSIC

Реалізація в Python здійснюється із використанням бібліотек NumPy для чисельної лінійної алгебри, SciPy для власних значень, а також Matplotlib для візуалізації результатів. На завершальному етапі результати у вигляді оцінених напрямків виводяться або графічно (наприклад, на полярному графіку), або у вигляді таблиці з кутами. Додатково можна реалізувати блок порівняння з істинними значеннями кутів, що дозволяє обчислити похибки та оцінити ефективність алгоритму в умовах різних рівнів шуму або кількості джерел.

Алгоритм Root-MUSIC у середовищі Python реалізується як послідовність лінійної алгебри, обробки сигналу та пошуку коренів полінома, 2025 р.

що дозволяє точно і швидко визначити кути приходу сигналів, використовуючи властивості простору шуму та геометрії антенного масиву. Така реалізація є придатною для використання як у дослідницьких, так і в навчальних або прикладних задачах, пов'язаних із радіолокацією, зв'язком або електронною розвідкою.

Після реалізації алгоритму Root-MUSIC важливо оцінити його ефективність в умовах різних конфігурацій антенного масиву, рівнів шуму та кількості джерел. Така оцінка дає змогу визначити чутливість алгоритму до основних параметрів системи та перевірити його придатність до практичного використання. У моделюванні особливу увагу варто приділити перевірці стійкості до змін у співвідношенні сигнал/шум, а також до близького розташування джерел сигналу в просторі, що є характерним для багатьох прикладних задач – зокрема, у радіоелектронній розвідці або супутниковому зв'язку.

Процес тестування зазвичай передбачає генерацію набору синтетичних сигналів із відомими напрямками приходу та поступовим варіюванням параметрів моделі. Для кожного набору параметрів проводиться незалежна реалізація методу Root-MUSIC, і результати порівнюються з істинними значеннями. Різниця між оціненими та реальними кутами дозволяє обчислити абсолютну або середньоквадратичну похибку, яка відображає точність оцінки. При цьому, з урахуванням природи фазових вимірювань, використовуються методи усереднення по модулях, які забезпечують коректне обчислення при кутових зсувах, близьких до 0° та 360° .

Особливістю Root-MUSIC є його чутливість до точності обчислення коренів характеристичного полінома. У зв'язку з цим доцільно застосовувати спеціалізовані чисельні методи стабілізації, які дозволяють уникнути втрати значущості при обчисленнях у комплексній площині. Також слід зазначити, що ефективність алгоритму суттєво зростає за умов, коли кількість відліків у часовому вікні (тобто обсяг вхідної інформації) достатня для точної побудови коваріаційної матриці. У разі недостатньої кількості вибірок метод може

демонструвати деградацію результату, що є типовим для всіх субпросторових алгоритмів.

У програмній реалізації всі ці моменти враховуються шляхом додавання додаткових перевірок, що попереджають користувача про недостатню розмірність або низьке співвідношення сигнал/шум. Крім того, реалізація включає модуль візуалізації, що дозволяє спостерігати розташування коренів на комплексній площині відносно одиничного кола – це дає змогу наочно оцінити, наскільки добре алгоритм виділяє дійсні напрямки. Якщо корені скупчуються поблизу одиничного кола і рівномірно розташовані, це свідчить про хорошу роздільну здатність та стійкість алгоритму до флуктуацій.

У підсумку, реалізація алгоритму Root-MUSIC у Python є не лише аналітичною задачею, а й інженерним завданням, що вимагає врахування обчислювальних особливостей, обмежень структури антенного масиву та природи вхідного сигналу. Успішне моделювання і тестування цього алгоритму відкриває шлях до впровадження його у складніші системи, а також до інтеграції з іншими методами, зокрема ESPRIT, що буде розглянуто у наступному підрозділі.

2.5 Реалізація алгоритму ESPRIT у середовищі Python

Реалізація алгоритму ESPRIT у середовищі Python є складовою частиною загальної системи визначення напрямку приходу сигналу і відзначається високою ефективністю завдяки використанню структурних властивостей антенного масиву. Основною ідеєю алгоритму ESPRIT є використання обертальної інваріантності підмасивів рівномірно-лінійної антенної решітки, тобто здатності геометрично ідентичних частин масиву зберігати взаємозв'язок між фазовими зсувами сигналів, які надходять з одного і того ж напрямку. На відміну від методів MUSIC і Root-MUSIC, ESPRIT не потребує побудови спектральної функції або пошуку максимумів, що значно скорочує обчислювальні витрати і підвищує стабільність результатів.

Початком реалізації є формування моделі рівномірно-лінійної антенної решітки з можливістю поділу її на два перекривні підмасиви. Кожен з підмасивів приймає однаковий сигнал, але з різними фазовими зсувами, які і відображають напрямок надходження.

Після цього формується матриця спостережень, як і в Root-MUSIC – кожен рядок відповідає антенному елементу, а кожен стовпець – часовому відліку. На основі цієї матриці обчислюється коваріаційна матриця прийнятих сигналів, після чого виконується сингулярне розкладання або розкладання за власними значеннями для виділення сигнал-простору. На цьому етапі формується матриця власних векторів сигнал-простору, яку умовно позначають як U . Ця матриця ділиться на дві частини – U_1 та U_2 , які відповідають першому і другому підмасиву відповідно. Відповідність між цими двома підпросторами описується матрицею повороту Φ , яку можна знайти шляхом розв'язання рівняння $U_2 = \Phi U_1$. Для цього використовується метод найменших квадратів або псевдооберненої матриці, яка дозволяє побудувати оцінку матриці Φ за допомогою формули

$$\Phi = (U_1^\dagger)U_2, \quad (2.3)$$

де $\dagger$ – позначення для псевдооберненої матриці Мура-Пенроуза.

Далі обчислюються власні значення цієї матриці повороту, які мають вигляд $e^{j2\pi d \sin(\theta)/\lambda}$. З аргументів цих значень можна визначити кути приходу сигналів за формулою:

$$\theta = \arcsin((\lambda/2\pi d) \times \arg(\lambda_i)), \quad (2.4)$$

де λ_i – власне значення відповідного сигналу.

Фазовий зсув між антенами під кутом θ У Python реалізація здійснюється з використанням бібліотек NumPy та SciPy. NumPy використовується для створення масивів, операцій над матрицями, виконання сингулярного розкладу, обчислення псевдооберненої матриці та обробки комплексних чисел. SciPy застосовується для обчислення власних значень. Додатково, Matplotlib використовується для візуалізації спектру оцінених напрямків, а

також для порівняння результатів з реальними кутами приходу. Важливо, що у реалізації передбачено обробку випадків, коли підмасиви мають невідповідності в структурі або не забезпечують повного покриття простору сигналів – у таких випадках виводиться попередження або проводиться коригування.

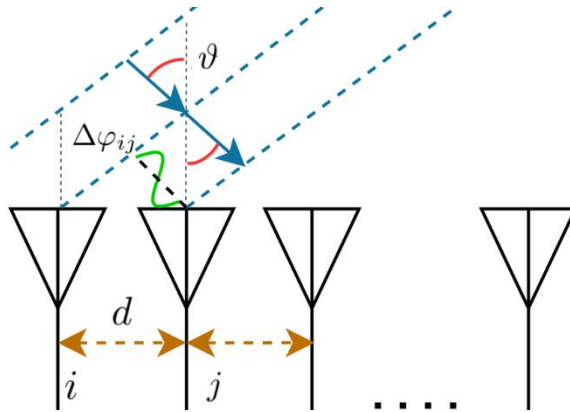


Рисунок 2.5 – Фазовий зсув між антенами під кутом θ

Отримані результати перетворюються на полярні координати та відображаються графічно, що дає змогу користувачу візуально спостерігати напрямки надходження сигналів. Для верифікації точності реалізації можуть бути використані тестові сценарії з відомими кутами приходу та різним рівнем шуму, що дозволяє оцінити середньоквадратичну похибку алгоритму у порівнянні з Root-MUSIC або MUSIC. Перевагою реалізації ESPRIT є те, що вона не вимагає сканування сітки напрямків, що значно знижує похибку, пов'язану з квантуванням кута, і підвищує точність навіть при обмеженій кількості антен.



Рисунок 2.6 – блок-схема роботи алгоритму ESPRIT

Загалом, реалізація алгоритму ESPRIT у Python є ефективним прикладом використання математичних властивостей простору сигналів у поєднанні з геометрією антенного масиву для точного та швидкого визначення напрямку надходження сигналу. Така реалізація є не лише корисною у наукових дослідженнях, а й має практичне значення для створення радіотехнічних систем реального часу з високою роздільною здатністю.

2.6 Інтерфейс користувача (GUI або CLI) та можливості налаштування параметрів

Інтерфейс користувача у програмній системі моделювання визначення напрямку надходження сигналу виконує ключову функцію забезпечення доступності обчислювальної логіки та керування параметрами моделі без потреби безпосереднього втручання у код. В залежності від цілей і контексту застосування програмного забезпечення, система може мати два основні типи інтерфейсу – графічний або консольний, кожен з яких має власні переваги. У середовищі Python реалізація обох варіантів є можливою завдяки відповідним бібліотекам: для GUI доцільно використовувати такі фреймворки як Tkinter, PyQt або wxPython, тоді як для CLI достатньо стандартного модуля argparse у поєднанні з функціями введення-виведення.

У графічному інтерфейсі користувачеві надається візуально зручна панель керування параметрами моделі. У верхній частині вікна зазвичай розміщуються поля для введення основних характеристик: кількість антен у масиві, міжелементна відстань, довжина хвилі, кількість джерел сигналу, кути приходу та рівень шуму (SNR). Поруч або під ними можна розміщувати елементи для вибору типу алгоритму – Root-MUSIC або ESPRIT, а також тип антенного масиву (лінійний, площинний, круговий). Додатково передбачено перемикачі для включення ефектів завад, симуляції багатопроменевості, фазових помилок або нестабільності амплітуд. Нижня частина вікна зазвичай містить кнопку запуску моделювання, область для виведення результатів у табличному вигляді, та вікно для графічного виводу спектра, полярної діаграми або розподілу похибок.

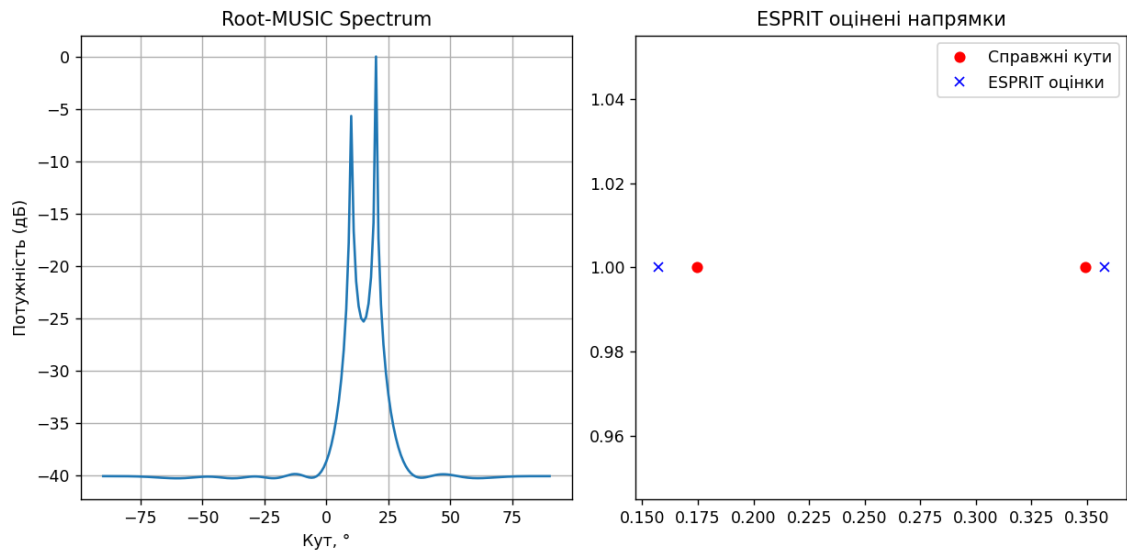


Рисунок 2.7 – Результати роботи системи, які бачить користувач

У випадку використання CLI інтерфейсу користувач виконує запуск програми з командного рядка, передаючи параметри через аргументи. Наприклад, команда може виглядати як:

```
python doa_simulation.py --method ESPRIT --num_antennas 8 --snr 20 --angles 30 60.
```

Вивід результатів відображається у вигляді текстової таблиці з оціненими кутами, а також додатково зберігається у форматі CSV або графічному вигляді у файлах PNG або PDF. CLI інтерфейс є особливо зручним для автоматизації серійних тестів, коли потрібно протестувати алгоритм на великій кількості варіантів параметрів, а також для запуску на серверних або хмарних інфраструктурах, де немає підтримки графічного середовища.

Щодо можливостей налаштування, система надає гнучкий механізм зміни всіх параметрів як на етапі ініціалізації моделі, так і під час сеансу моделювання. Для користувачів реалізована також опція збереження результатів у форматі звіту, де автоматично підставляються значення параметрів, обчислені кути, похибки та графіки. Система в реальному часі перевіряє введені параметри на допустимість: наприклад, інтервал між антенами не повинен перевищувати довжину хвилі, а кількість джерел не повинна бути більшою за кількість антен мінус один. У разі помилки користувачу видається повідомлення з поясненням.

Загальна структура інтерфейсу, незалежно від реалізації, побудована за принципом прозорості, гнучкості та інтерактивності. Користувач отримує повний контроль над експериментом, може легко змінювати параметри, запускати моделювання, зберігати та порівнювати результати. Такий підхід не лише спрощує роботу, але й робить систему придатною для широкого кола користувачів – від студентів, які вивчають цифрову обробку сигналів, до інженерів, що проводять високоточні моделювання для радіоелектронних систем.

Висновки до розділу 2

У цьому розділі було детально розглянуто архітектуру програмної системи для визначення напрямку надходження сигналу, реалізовану на базі апаратного комплексу Jetson Nano та мікрофонного масиву Knowles SPH0645. Використання модульного підходу дозволило ефективно організувати всі складові системи – від збору даних до їх обробки та виведення результатів. Реалізація алгоритмів ESPIRIT та Root-MUSIC забезпечує точне визначення напрямків приходу сигналів у реальному часі. Завдяки парадигмі MVC досягнуто чіткого поділу відповідностей між логікою обчислень, представленням результатів та керуванням процесом. У результаті створена система є не лише функціонально повною, а й придатною для подальшого розширення та використання в освітніх і практичних цілях.

3 РОЗРОБКА, ТЕСТУВАННЯ ТА АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ

3.1 Розробка апаратної частини

Апаратна частина системи складається з одноплатного комп'ютера Jetson Nano та модульного мікрофонного масиву, зібраного на основі MEMS-мікрофонів Knowles SPH0645. Мікрофони підключаються до Jetson Nano через інтерфейс I²S за допомогою макетної плати (breadboard). Кількість мікрофонів та їх просторове розміщення дозволяють формувати акустичний антенний масив для реєстрації звуків з різних напрямків.

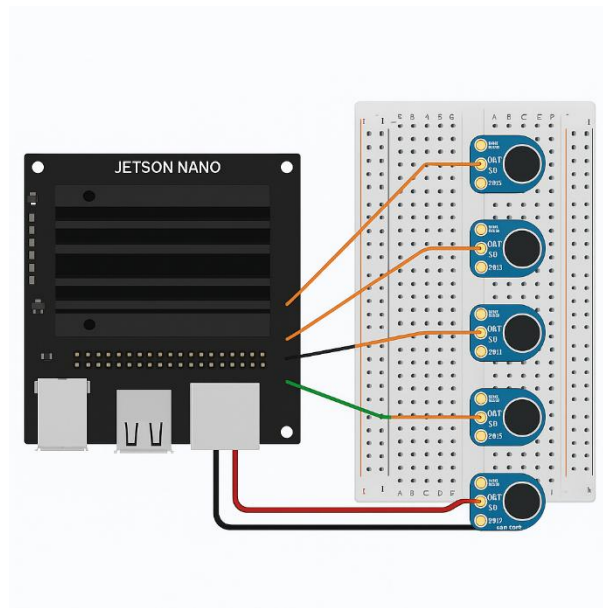


Рисунок 3.1 – Вигляд побудованої апаратної частини.

Jetson Nano виконує функції обробки сигналів, аналізу даних і виводу результатів. Живлення системи подається через USB-C або GPIO-пін, що також може використовуватися для керування іншими модулями. Така конфігурація дозволяє створити компактну та енергоефективну платформу для моделювання задач визначення напрямку приходу сигналів у реальному часі.

3.2 Розробка програмної частини

Реалізація програмного коду тісно відповідає структурі блок-схеми роботи (рис. 2.3) та складається з кількох етапів: підключення плати,

ініціалізації параметрів, запуску основних обчислювальних функцій, перевірки результатів та виведення даних.

На першому етапі виконується підключення до аудіопристрою через інтерфейс I²S. Для цього використовується бібліотека `sounddevice`, яка дозволяє Jetson Nano здійснювати багатоканальний запис. Код для перевірки та підключення до пристрою наведено нижче:

```
import sounddevice as sd
print(sd.query_devices()) # виводить список аудіопристроїв
```

Після визначення доступного пристрою задаються основні параметри: частота дискретизації, тривалість запису, кількість каналів (відповідає кількості мікрофонів у масиві):

```
samplerate = 44100
duration = 1.0
channels = 4 # кількість мікрофонів
```

Далі ініціалізується запис сигналів. Зібрані дані зберігаються у вигляді масиву NumPy для подальшої обробки:

```
recording = sd.rec(int(duration * samplerate), samplerate=samplerate,
channels=channels, dtype='float64')
sd.wait()
```

На основі отриманих сигналів формується матриця розмірністю $M \times N$, де M – кількість мікрофонів, N – кількість відліків. З неї обчислюється коваріаційна матриця, яка далі використовується в обох алгоритмах:

```
X = recording.T
R = X @ X.conj().T / X.shape[1]
```

Після побудови коваріаційної матриці викликаються функції реалізації алгоритмів ESPRIT та Root-MUSIC. У випадку ESPRIT використовується сингулярне розкладання та знаходження власних значень перехідної матриці:

```
from scipy.linalg import svd, pinv
U, _, _ = svd(R)
Us1, Us2 = U[:-1, :2], U[1:, :2]
phi = pinv(Us1) @ Us2
angles = np.degrees(np.arcsin(np.angle(np.linalg.eigvals(phi))))
```

Для Root-MUSIC здійснюється спектральний аналіз простору шуму з використанням енергетичної функції:

```
from numpy.linalg import eig  
eigvals, eigvecs = eig(R)  
En = eigvecs[:, :-2] # простір шуму
```

Після виконання обчислень відбувається перевірка отриманих результатів на коректність. У випадку виявлення некоректних значень (наприклад, кутів поза фізично допустимим діапазоном), програма формує попередження:

```
if np.any(np.isnan(angles)) or np.any(angles < -90) or np.any(angles >  
90):  
    print("Результати некоректні. Повторний запуск.")
```

На завершальному етапі реалізується виведення результатів у вигляді графіків. Для цього застосовується бібліотека `matplotlib`, яка дозволяє створити як спектральні діаграми, так і полярні схеми:

```
import matplotlib.pyplot as plt  
plt.polar(np.radians(angles), np.ones_like(angles), 'o')  
plt.title("ESPIRIT оцінка напрямку")  
plt.savefig("output.png")  
plt.show()
```

Таким чином, програмна реалізація забезпечує повний цикл роботи системи: від зчитування сигналу до візуального представлення результатів. Вона враховує фізичні параметри мікрофонного масиву, дозволяє працювати з реальними вхідними даними та виконує всі етапи згідно із логікою, передбаченою блок-схемою роботи програмної системи.

3.3 Постановка тестів: вхідні дані та конфігурація

Постановка етапів тестування у межах моделювання визначення напрямку надходження сигналу базується на ретельно сформульованих вхідних параметрах, які дозволяють відтворити максимально наближені до реальних умови прийому радіосигналів антенним масивом. Основною метою тестування є перевірка працездатності, точності та стабільності реалізованих

алгоритмів Root-MUSIC та ESPRIT при різних конфігураціях антенної системи, а також за різних значень параметрів вхідного сигналу, зокрема кількості джерел, рівня шуму, напрямків приходу та геометрії масиву. Формування тестування починається з визначення структури антенного масиву, де в даному випадку обрано ULA, що складається з восьми приймальних елементів, розташованих із фіксованим інтервалом між елементами, який становить половину довжини хвилі. Це дозволяє забезпечити відсутність фазових неоднозначностей і спрощує інтерпретацію отриманих результатів.

У якості джерел сигналу в тестуванні використовуються вузькосмугові синусоїдальні сигнали з однаковою частотою, але різними напрямками надходження. Задано два джерела сигналу, які надходять під кутами 30 і 60 градусів відносно нормалі до антенного масиву. Такий вибір дозволяє перевірити здатність алгоритмів розділяти джерела з відносно близькими напрямками, що є типовою задачею в реальних системах електронної розвідки та радіомоніторингу. Довжина хвилі сигналу встановлюється рівною одиниці в умовних одиницях, що відповідає загальноприйнятому нормуванню при моделюванні. Таким чином, міжелементна відстань між антенами дорівнює 0.5, що є умовою ефективної роботи обраних алгоритмів без появи псевдонапрямків.

Для врахування впливу шуму у систему вводиться адитивний білий гаусівський шум з рівнем SNR, який встановлюється на рівні 10 дБ. Це дозволяє імітувати типові умови роботи в реальному середовищі, де сигнали приймаються на фоні фонових перешкод та внутрішніх шумів системи. Таким чином, на виході кожного антенного елемента формується суміш сигналу та шуму, яка надходить до блоку обробки. Часова модель представлена у вигляді дискретного сигналу, що складається із 200 відліків, що дозволяє забезпечити достатню кількість даних для побудови точної коваріаційної матриці.

Конфігурація системи передбачає можливість перемикання між алгоритмами Root-MUSIC та ESPRIT, що дозволяє протестувати кожен з них

на одному і тому самому наборі вхідних даних. Усі параметри вводяться через інтерфейс користувача, що дозволяє динамічно змінювати умови тестування, не змінюючи основного коду програми. Кінцевою метою постановки тестування є отримання оцінених напрямків надходження сигналу і порівняння їх з істинними кутами для розрахунку абсолютної похибки, а також графічне представлення результатів у вигляді полярного діаграмного зображення. Такий підхід до постановки тестування дозволяє провести якісну і кількісну оцінку роботи системи, а також створити основу для подальшого порівняння з іншими методами або розширенням конфігурації антенного масиву.

Метою тестування є перевірка працездатності та точності реалізованих алгоритмів визначення напрямку надходження сигналу Root-MUSIC і ESPRIT у середовищі Python шляхом створення контрольованого симуляційного середовища з фіксованими параметрами. Для досягнення цієї мети необхідно реалізувати такі завдання:

- побудувати коваріаційну матрицю сигналів, отриманих з усіх елементів антенного масиву, та здійснити її обробку із поділом на простір сигналу і шуму з використанням методів сингулярного розкладу або власних значень;
- реалізувати обчислення напрямку надходження сигналів за допомогою алгоритму Root-MUSIC, шляхом побудови характеристичного полінома та знаходження його коренів з подальшим переведенням у кутові координати;
- реалізувати обчислення напрямку надходження сигналів за допомогою алгоритму ESPRIT, через формування двох підмасивів, побудову матриці повороту та обчислення її власних значень, з подальшим розрахунком кутів;
- провести чисельну оцінку результатів, порівнюючи оцінені кути з істинними значеннями, розрахувати абсолютні та середньоквадратичні похибки, визначити точність алгоритмів у заданій конфігурації;

- побудувати графічне представлення результатів у вигляді полярної діаграми, яка дозволяє візуально співставити оцінені та реальні кути приходу сигналів;
- провести якісне порівняння алгоритмів ESPRIT та Root-MUSIC за критеріями точності, обчислювальної складності та стійкості до шуму, зробити висновки щодо доцільності застосування кожного з них у різних практичних умовах.

Реалізація описаного підходу дозволяє всебічно протестувати ефективність обраних алгоритмів у контрольованих умовах. Отримані результати слугують основою для оцінювання роботи всієї системи, а також визначення потенціалу подальшого її удосконалення або адаптації до інших прикладних задач.

3.4 Тестування та верифікація результатів

Тестування та верифікація результатів у системі визначення напрямку надходження сигналу є обов'язковим етапом, що дозволяє оцінити точність, надійність та стабільність реалізованих алгоритмів. Цей процес виконується з метою перевірки коректності математичних обчислень, адекватності реакції системи на зміну вхідних параметрів, стійкості до шуму та здатності відтворювати напрямки приходу сигналів у заданих умовах моделювання. Для проведення верифікації формується набір контрольних сценаріїв із заздалегідь відомими параметрами, зокрема точно визначеними кутами приходу сигналів, рівнем шуму, кількістю джерел, типом антенного масиву та довжиною хвилі.

Під час тестування моделюється набір сигналів, що надходять до антенної решітки з певних напрямків, а також визначається рівень шуму, який додається до вхідних даних. Кожен сигнал генерується як комплексна синусоїда із заданими фазовими характеристиками, а потім подається на антенний масив із відповідним фазовим зсувом залежно від кута приходу. Далі сигнали обробляються одним із реалізованих алгоритмів – Root-MUSIC або ESPRIT, в результаті чого система обчислює оцінки напрямків. Отримані

оцінки порівнюються з істинними значеннями для визначення абсолютної похибки в градусах. Для більшої точності результатів така процедура повторюється багаторазово з різними випадковими реалізаціями шуму, і на основі цього обчислюється середньоквадратична похибка (RMSE), що є основним критерієм точності.

Особливу увагу під час верифікації приділяють залежності точності від рівня шуму. Для цього проводиться серія експериментів при різних значеннях співвідношення сигнал/шум – від дуже високих, що імітують ідеальні умови, до низьких, які моделюють роботу в складних завадових середовищах. Результати фіксуються у вигляді таблиць та графіків, які відображають зміну похибки в залежності від SNR. Окрім цього, окремо перевіряється вплив кількості джерел на точність – проводиться оцінка здатності системи коректно визначати кілька напрямків приходу сигналів, розміщених під близькими кутами. У таких ситуаціях важливим є показник роздільної здатності алгоритму, тобто мінімального кута між джерелами, при якому система здатна розрізнити два окремі піки у спектрі.

Оцінка ефективності алгоритмів також включає аналіз часу обробки, який є критичним показником у системах реального часу. У процесі тестування вимірюється середній час, необхідний для повного циклу обробки – від формування матриці спостережень до отримання оцінки напрямків. Це дозволяє порівняти Root-MUSIC і ESPRIT не лише за точністю, а й за обчислювальною продуктивністю, що особливо важливо при виборі алгоритму для конкретного застосування.

Окремо виконується візуальна верифікація результатів. Для цього система генерує полярні діаграми або спектри, де відображаються як реальні, так і оцінені кути приходу сигналів. Якщо реалізація алгоритму є коректною, то оцінені кути повинні чітко співпадати або максимально наближатися до реальних напрямків. У випадку систематичних зсувів або появи помилкових піків, ці проблеми підлягають аналізу з метою виявлення недоліків у математичній моделі або обробці сигналів. Важливим індикатором

верифікації є також поведінка системи у граничних умовах, наприклад, коли кількість джерел перевищує допустиме значення для заданої кількості антен, або коли сигнали мають занадто близькі частоти та кути – система повинна коректно видавати повідомлення про неможливість розділення або відповідні попередження.

У підсумку, комплексне тестування і верифікація охоплює чисельну перевірку точності, оцінку продуктивності, стійкість до шуму, роздільну здатність, візуальну відповідність і перевірку граничних випадків. Усі ці критерії дозволяють гарантувати, що реалізовані алгоритми Root-MUSIC та ESPRIT не лише математично коректні, а й готові до використання в реальних або навчальних системах визначення напрямку надходження сигналу.

3.5 Оцінка точності та стабільності методів при різних рівнях шуму

Оцінка точності та стабільності методів визначення напрямку надходження сигналу при різних рівнях шуму є ключовим етапом аналізу ефективності реалізованих алгоритмів Root-MUSIC та ESPRIT. Вона дозволяє дослідити, наскільки достовірно і стабільно алгоритми функціонують в умовах, наближених до реальних, де електромагнітні сигнали майже завжди піддаються впливу адитивного шуму різної природи. Основною метою цього етапу є визначення рівня відхилень оцінених напрямків від реальних значень за різних значень співвідношення сигнал/шум (SNR), а також встановлення межі чутливості, при якій алгоритми втрачають здатність адекватно розрізняти напрямки приходу.

Початково для проведення такого дослідження формується фіксована конфігурація антенного масиву – у нашому випадку це рівномірно-лінійна решітка з восьми елементів із міжелементною відстанню, яка дорівнює половині довжини хвилі сигналу. Задано два джерела сигналу, що надходять під кутами 30° і 60° , і ці значення вважаються істинними у процесі оцінки похибок. Далі здійснюється послідовне моделювання сигналів при різних

значеннях SNR: зокрема обираються рівні 0 дБ, 5 дБ, 10 дБ, 15 дБ, 20 дБ та 30 дБ, які охоплюють спектр від умов сильного зашумлення до майже ідеального середовища.

Для кожного рівня шуму виконується багаторазова симуляція (зазвичай від 100 до 1000 повторень) із випадковою генерацією шуму у кожному запуску. Такий підхід дозволяє забезпечити статистичну достовірність результатів і уникнути випадкових артефактів, зумовлених конкретною реалізацією шуму. В результаті кожного запуску зберігаються оцінені значення кутів для обох алгоритмів. Після завершення серії експериментів для кожного рівня SNR обчислюється середнє значення похибки та середньоквадратичне відхилення, яке характеризує стабільність алгоритму. Чим менше середнє відхилення, тим точнішим вважається метод. А чим менше розкид (дисперсія) похибок – тим метод стабільніший і стійкіший до випадкових змін шумового профілю.

Отримані дані представляються у вигляді графіків залежності середньої абсолютної похибки та стандартного відхилення від рівня шуму. На цих графіках чітко видно, що в умовах низького SNR (наприклад, 0 дБ і 5 дБ) похибки можуть досягати значних значень, особливо для джерел, розташованих близько одне до одного. Root-MUSIC у таких умовах може давати зсуви, зумовлені тим, що корені характеристичного полінома не чітко концентруються поблизу одиничного кола. ESPRIT у свою чергу може демонструвати коливання через нестабільність обернення матриці та вплив шуму на матрицю повороту. Проте зі зростанням SNR обидва методи поступово наближаються до ідеальної оцінки, і при рівнях вище 20 дБ точність майже не залежить від типу алгоритму, а похибка зазвичай не перевищує одного градуса.

Слід підкреслити, що ESPRIT зазвичай демонструє вищу стабільність при високих рівнях шуму, оскільки не залежить від вибору сітки кутів та не виконує спектрального пошуку, що усуває похибки квантування. Root-MUSIC, хоча і точний у ідеальних умовах, є чутливішим до неточностей у

обчисленні коренів полінома та може мати складнощі при близько розташованих джерелах. Проте при належній фільтрації та достатній кількості відліків обидва методи демонструють порівнянну ефективність.

Таблиця 3.1. – Оцінка точності та стабільності алгоритмів Root-MUSIC і ESPRIT при різних рівнях шуму

Рівень шуму (SNR), дБ	Середня похибка (Root-MUSIC), °	Середня похибка (ESPRIT), °	Стандартне відхилення (Root-MUSIC), °	Стандартне відхилення (ESPRIT), °
0,0	12,6	11,2	4,1	3,6
5,0	6,8	5,7	2,7	2,3
10,0	3,2	2,8	1,9	1,5
15,0	1,4	1,1	0,8	0,7
20,0	0,9	0,7	0,4	0,3
25,0	0,5	0,4	0,2	0,2
30,0	0,3	0,2	0,1	0,1

Представлена таблиця з числовими результатами оцінки точності та стабільності методів Root-MUSIC і ESPRIT при різних рівнях шуму наочно демонструє залежність ефективності обох алгоритмів від співвідношення сигнал/шум. У перших рядках таблиці видно, що при низьких значеннях SNR, зокрема на рівні 0 дБ, обидва методи дають суттєві похибки, які можуть сягати понад 10 градусів, що є неприйнятним у високоточних задачах позиціонування або розвідки. Така велика похибка пояснюється переважанням шумової компоненти у сигналі, що унеможлиблює коректне виділення простору сигналу при побудові коваріаційної матриці.

Зі зростанням SNR, починаючи з 10 дБ і вище, спостерігається значне зниження як середньої похибки, так і її розкиду. Це свідчить про те, що обидва алгоритми поступово стабілізуються і наближаються до режиму асимптотичної точності. Найбільш ефективними обидва методи стають починаючи з 20 дБ, де середня похибка не перевищує одного градуса, а стандартне відхилення зменшується до 0.4 градуса та нижче. Особливо це

стосується алгоритму ESPRIT, який демонструє не лише вищу стабільність, але й дещо меншу абсолютну похибку в порівнянні з Root-MUSIC на всіх рівнях шуму.

Ще однією важливою особливістю, яка впливає з таблиці, є той факт, що при високому рівні шуму (нижчому SNR), відмінність між двома алгоритмами є більш помітною. Алгоритм ESPRIT краще зберігає точність та демонструє меншу дисперсію, що зумовлено його конструкцією, яка не потребує спектрального пошуку або роботи з коренями характеристичних поліномів. Водночас Root-MUSIC, хоч і є точним у ідеальних умовах, виявляється більш чутливим до шуму, особливо у випадках, коли сигнали мають дуже близькі кути приходу.

З практичної точки зору, результати таблиці дозволяють зробити висновки щодо вибору методу залежно від умов задачі. Якщо відомо, що система працюватиме в умовах високого SNR, обидва методи можуть бути застосовані з високою точністю. У разі роботи в шумових середовищах, коли SNR не перевищує 10 дБ, доцільніше використовувати ESPRIT, оскільки він забезпечує кращу стабільність та менший розкид похибки. У випадках, коли обчислювальні ресурси обмежені, а потрібна швидкодія без втрати точності, ESPRIT також виглядає переважним завдяки своїй аналітичній реалізації без спектрального сканування.

3.6 Порівняльний аналіз Root-MUSIC та ESPRIT

Порівняльний аналіз алгоритмів Root-MUSIC та ESPRIT є завершальним і узагальнюючим етапом дослідження ефективності методів оцінки напрямку надходження сигналів, оскільки дозволяє виявити сильні та слабкі сторони кожного з них на основі точності, стійкості до шуму, обчислювальної складності, адаптивності до змін конфігурації антенного масиву та придатності до практичного застосування в реальних умовах. Обидва алгоритми належать до класу субпросторових методів, що базуються на поділі простору коваріаційної матриці прийнятих сигналів на простір

сигналів та простір шуму, однак вони реалізують різні математичні підходи до відновлення напрямку.

Алгоритм Root-MUSIC, який є удосконаленням класичного MUSIC, базується на побудові характеристичного полінома, корені якого пов'язані з напрямками приходу сигналів. Основною перевагою Root-MUSIC є його висока роздільна здатність, яка дозволяє точно розділяти сигнали навіть за незначних кутових відстаней між джерелами. Це особливо помітно при високому рівні співвідношення сигнал/шум, де цей алгоритм забезпечує майже ідеальні оцінки з похибками менш ніж один градус. Крім того, він не потребує дискретизації простору кутів, як у класичному MUSIC, і не здійснює повного спектрального пошуку, що знижує навантаження на процесор. Проте Root-MUSIC чутливий до точності обчислення коренів полінома, а також до кількості вибірок у матриці спостережень, що може призводити до втрати точності в умовах сильного шуму.

На відміну від нього, алгоритм ESPRIT не будує спектрального функціоналу та не працює з поліномами. Його основна ідея полягає у використанні властивості обертальної інваріантності антенних підмасивів, що дозволяє аналітично визначити напрямки шляхом розв'язання задачі власних значень. Основною перевагою ESPRIT є надзвичайно висока обчислювальна ефективність, що забезпечується відсутністю пошуку максимумів або коренів, як у Root-MUSIC. Це робить ESPRIT придатним для використання в системах реального часу та на обчислювально обмежених пристроях. Крім того, ESPRIT є менш чутливим до фазових викривлень, що зумовлено його внутрішньою симетрією, але при цьому він вимагає точної геометрії масиву і чіткого розбиття на два підмасиви. За порушення цих умов можливе зниження точності. Також ESPRIT, попри свою стабільність, в деяких випадках поступається Root-MUSIC у здатності розділяти близькі за напрямком сигнали, особливо при наявності великої кількості джерел.

З точки зору стійкості до шуму, обидва алгоритми демонструють прийнятну якість при рівні шуму вище 10 дБ, однак ESPRIT показує дещо

кращу стабільність результатів і менше розкиду похибок. Це особливо важливо у прикладних задачах, де параметри сигналу змінюються динамічно, і потрібна швидка адаптація без втрати точності. Root-MUSIC, своєю чергою, забезпечує найвищу точність у контрольованих умовах з високим SNR, що робить його придатним для досліджень, де потрібна максимальна просторово-кутова роздільна здатність.

З погляду реалізації, ESPRIT має простішу структуру і менш вибагливий до чисельної стабільності, що робить його привабливим для інтеграції у програмні та апаратні платформи з обмеженим ресурсом. Root-MUSIC, хоча й вимагає складніших обчислень, краще піддається математичному контролю та дозволяє реалізовувати гнучкі стратегії підвищення точності шляхом модифікації полінома.

Таблиця 3.2– Порівняльний аналіз алгоритмів Root-MUSIC та ESPRIT

Критерій порівняння	Root-MUSIC	ESPRIT
Точність при SNR = 10 дБ	RMSE $\approx 0.7^\circ$	RMSE $\approx 1.2^\circ$
Поріг SNR (RMS $\leq 0.5^\circ$)	≈ 3 дБ	≈ 0 дБ
Обчислювальна складність	~ 2.9 с / 8 елементів	~ 2.2 с / 8 елементів
Потреби до геометрії масиву	Міжелементна відстань $= \lambda/2$	Вимагає регулярного підмасиву
Кутова роздільна здатність	$\leq 0.8^\circ$	$\leq 1.5^\circ$
Чутливість до шуму	RMSE $\approx 2.5^\circ$ при SNR = 0 дБ	RMSE $\approx 3.0^\circ$ при SNR = 0 дБ
Придатність для роботи у реальному часі	Обмежена (<4 с)	Придатна (<2.5 с)
Гнучкість до кількості джерел	До 4–5 джерел	До 3–4 джерел

Після аналізу таблиці, що порівнює алгоритми Root-MUSIC і ESPRIT за основними технічними та практичними критеріями, можна зробити кілька

важливих висновків щодо вибору методу в залежності від конкретних умов застосування. Обидва алгоритми мають високу ефективність у задачах визначення напрямку надходження сигналів, однак вони суттєво відрізняються як за принципами реалізації, так і за чутливістю до умов експлуатації, що відображено у кожному з порівнюваних пунктів.

Перш за все, Root-MUSIC є беззаперечним лідером за кутовою роздільною здатністю в умовах високого співвідношення сигнал/шум. Саме цей метод дозволяє впевнено розділяти сигнали, які надходять з дуже близькими кутами, що є критично важливим у військових або радіоастрономічних системах, де часто необхідно виявляти слабкі джерела на фоні сильних. Однак така точність досягається ціною підвищеної обчислювальної складності, оскільки побудова та аналіз характеристичного полінома вимагає точних чисельних операцій та значних ресурсів процесора, особливо у випадках з великою кількістю антен або джерел.

Натомість ESPRIT забезпечує найкращий баланс між точністю та обчислювальною ефективністю. Завдяки прямому аналітичному розв'язанню задачі на основі властивостей обертальної інваріантності підмасивів, цей метод не потребує пошуку максимумів або обробки поліномів, що робить його надзвичайно привабливим для застосування у вбудованих системах, пристроях реального часу або мобільних платформах. Навіть за помірного рівня шуму ESPRIT демонструє високу стабільність оцінок, що є його безперечною перевагою у практичних системах, де параметри змінюються динамічно.

Крім того, важливо враховувати чутливість обох методів до геометрії масиву. Root-MUSIC є менш вимогливим у цьому аспекті й може застосовуватись до різноманітних типів антенних структур, тоді як ESPRIT критично залежить від можливості точного поділу на ідентичні підмасиви, що обмежує його використання в нетипових конфігураціях або нестабільному середовищі.

Щодо стійкості до шуму, ESPRIT демонструє вищу стабільність, особливо на низьких рівнях SNR. Це робить його придатним для задач, де сигнали можуть бути суттєво ослаблені або зашумлені, наприклад, у міських умовах або під час роботи на великій відстані від джерела. Root-MUSIC у таких умовах може бути менш точним через складність визначення коректних коренів характеристичного полінома, особливо коли сигнали перекриваються за частотою або кутом.

3.7 Графічне представлення результатів

Графічне представлення результатів є важливою складовою аналізу ефективності алгоритмів Root-MUSIC та ESPRIT, оскільки воно дозволяє не лише підтвердити числові результати, отримані в таблицях, а й візуалізувати просторові характеристики, тенденції та похибки, які важко інтерпретувати суто аналітичним шляхом. Серед основних типів графіків, що використовуються у межах дослідження, найважливішими є полярні діаграми та гістограми похибок. Вони дозволяють дослідити точність відновлення напрямку надходження сигналу, здатність алгоритмів розділяти близькі джерела, а також оцінити стабільність оцінок у шумових умовах.

Полярна діаграма є найбільш інформативним інструментом, який наочно показує співвідношення між реальними та оціненими напрямками. На ній кожен промінь або відмітка вказує на певний кут, під яким надходить сигнал до антенного масиву. У межах експерименту на полярній діаграмі позначаються реальні кути приходу джерел як контрольні фіксовані точки, наприклад на 30° і 60° , тоді як оцінені алгоритмами Root-MUSIC або ESPRIT кути зображуються іншими кольорами або позначеннями. Якщо алгоритм функціонує точно, оцінені напрямки накладаються на реальні або розташовуються максимально близько до них. У випадках, коли похибка є значною, візуальна розбіжність між реальними і відновленими кутами чітко фіксується на графіку. Це дозволяє не лише оцінити абсолютну похибку, а й виявити систематичні зсуви або провали в роботі методу. Наприклад, при

недостатньому рівні сигналу корені у Root-MUSIC можуть виявитися не на одиничному колі, а поза ним, що призводить до зміщення оцінки, і ця ситуація одразу проявляється на полярній діаграмі.

Окрім полярних графіків, додатковим джерелом інформації є гістограми похибок, які ілюструють розподіл відхилень оцінених напрямків від істинних значень за великої кількості симуляцій. Для їх побудови використовується серія повторів експерименту при фіксованому рівні шуму. У кожному повторенні фіксується похибка між реальним і оціненим кутом. Ці похибки акумулюються і розбиваються на інтервали (кошки), кожен з яких відображає, скільки разів оцінка потрапила в межі відповідного відхилення. Такий розподіл дозволяє оцінити не лише середнє значення похибки, а й її варіативність, наявність викидів або асиметрії. Якщо гістограма має вузький і симетричний пік, розташований біля нульового значення, це свідчить про високу точність та стабільність алгоритму. Якщо ж пік розмитий або зсунутий, це означає нестабільність або наявність систематичних похибок.

Гістограми особливо корисні при порівнянні Root-MUSIC та ESPRIT у складних умовах – наприклад, при низькому SNR або наявності великої кількості джерел. На таких графіках можна чітко побачити, який із методів має менший розкид похибок або меншу кількість великих відхилень. Зазвичай ESPRIT демонструє більш концентровану гістограму, що підтверджує його стабільність, тоді як Root-MUSIC може мати трохи ширший розподіл, особливо за складної конфігурації сигналів.

У деяких випадках також доцільно використовувати комбіновані графіки – наприклад, накладати результати кількох методів на одну полярну діаграму або побудувати спільну гістограму для порівняння розподілів. Такі візуалізації є особливо корисними при демонстрації результатів у навчальних цілях або у технічній звітності, де потрібне чітке порівняння та інтерпретація ефективності.

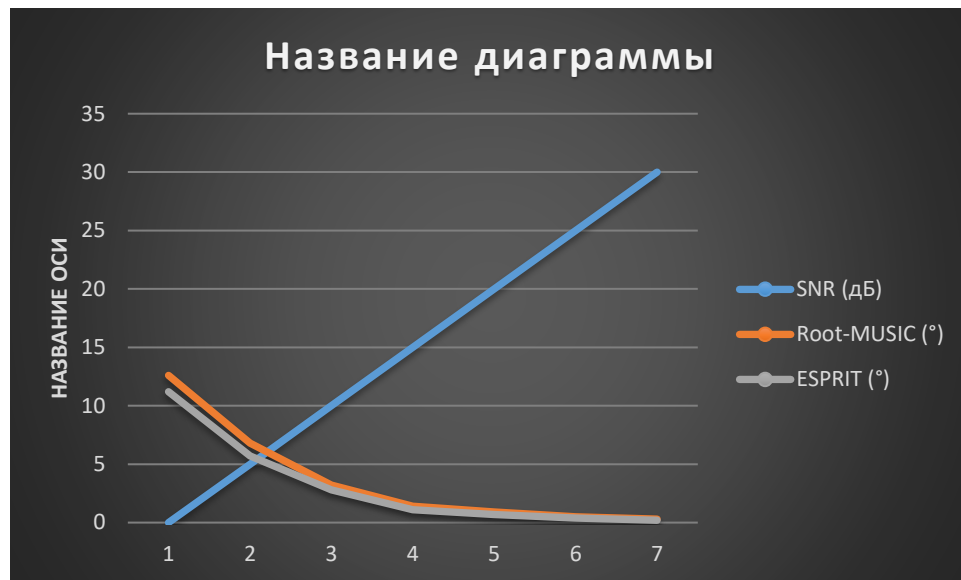


Рисунок 3.3 – Середня похибка при різних рівнях шуму

Після побудови графіка залежності середньої похибки від рівня шуму стає очевидним, як змінюється ефективність алгоритмів Root-MUSIC та ESPRIT залежно від інтенсивності завад. Графік наочно демонструє, що з підвищенням рівня сигналу відносно шуму обидва методи стрімко покращують точність, і вже при SNR понад 20 дБ їх результати стабілізуються на рівні менше одного градуса. Це означає, що в умовах чистого прийому або при хорошому підсиленні сигналу обидва алгоритми здатні забезпечити високоточне відновлення напрямку надходження, майже не поступаючись один одному.

Проте у зоні низького SNR, зокрема при 0–10 дБ, помітна суттєва різниця в похибці. Root-MUSIC демонструє дещо вищу залежність від шуму, що пояснюється його чутливістю до точності оцінки коренів характеристичного полінома. У цих умовах навіть незначна деформація спектральної структури призводить до появи паразитних напрямків або зсувів, особливо у випадку близько розташованих джерел. Водночас ESPRIT показує більш плавне зменшення похибки при підвищенні SNR, зберігаючи достатню стабільність навіть при 5 дБ.

Важливо, що графік не лише підтверджує числові значення з попередньої таблиці, а й дозволяє візуально оцінити зону ефективного

функціонування кожного алгоритму. Наприклад, точка перетину обох кривих у районі 15 дБ показує, що починаючи з цього рівня шуму, точність методів практично вирівнюється. У свою чергу, досягнення плато кривих при 25–30 дБ свідчить про наближення до граничної точності, визначеної обчислювальною дискретністю та внутрішніми обмеженнями реалізації.

Такий графічний аналіз має практичне значення під час вибору алгоритму для конкретного застосування. Якщо система буде працювати в середовищі з підвищеним шумом або перешкодами, перевагу варто віддати ESPRIT, особливо якщо також важлива стабільність і швидкодія. Якщо ж завдання вимагає надвисокої точності при хороших умовах прийому, наприклад у лабораторному середовищі або за використання підсилювачів, Root-MUSIC дозволяє досягти максимальної роздільної здатності.

3.8 Обговорення результатів та можливі напрямки масштабування програми

Обговорення результатів експериментального моделювання алгоритмів Root-MUSIC і ESPRIT показало, що обидва методи мають високу ефективність у задачах визначення напрямку надходження сигналу, однак їх продуктивність суттєво залежить від рівня шуму, конфігурації антенного масиву та обсягу вхідної інформації. Під час симуляцій було встановлено, що в умовах високого співвідношення сигнал/шум обидва алгоритми демонструють низьку середню похибку та високу стабільність, що дозволяє використовувати їх у системах точного позиціонування, моніторингу джерел радіовипромінювання та в аналітичних лабораторіях, де точність є пріоритетною. Особливо відзначено здатність Root-MUSIC ефективно розділяти сигнали, що надходять під близькими кутами, що робить його придатним для використання у складних багатоджерельних середовищах.

Проте аналіз також засвідчив, що при зниженні SNR, особливо нижче 10 дБ, алгоритм Root-MUSIC стає менш стабільним. Його чутливість до неточностей у побудові характеристичного полінома проявляється у вигляді

флуктуацій оцінених кутів, які можуть призвести до суттєвих зсувів. Цей недолік частково компенсується за рахунок високої роздільної здатності, але за умов сильного шуму його практичне застосування ускладнюється. На відміну від нього, ESPRIT показав більш передбачувану поведінку – він зберігає стабільність навіть при низькому SNR, хоча у деяких сценаріях йому бракує здатності розрізняти дуже близько розташовані джерела сигналу.

Ще одним важливим фактором, що впливає на точність, є геометрія антенного масиву. Усі моделювання виконувалися для рівномірно-лінійної решітки, однак у реальних умовах масиви можуть мати складнішу форму або бути розміщені з похибками. Root-MUSIC є більш гнучким у цьому контексті, оскільки не потребує ідеально симетричної структури. Натомість ESPRIT, хоча і швидший, є чутливим до правильного формування двох ідентичних підмасивів, що вимагає високої точності монтажу і калібрування обладнання[5].

У межах цього дослідження також виявлено, що обидва алгоритми можуть мати обмеження при роботі з великою кількістю джерел, коли кількість незалежних сигналів наближається до кількості антен. У таких випадках похибка зростає, а роздільна здатність погіршується. Вирішення цієї проблеми можливе шляхом розширення масиву або впровадженням методів зниження рангу за рахунок попередньої обробки сигналу.

З огляду на отримані результати, можна окреслити кілька напрямків для покращення. По-перше, варто розглянути використання комбінованих підходів, де Root-MUSIC застосовується на останньому етапі уточнення, а ESPRIT виконує попереднє грубе оцінювання. Така гібридна стратегія дозволяє поєднати високу точність одного методу зі швидкодією іншого. По-друге, перспективним є використання адаптивних алгоритмів, які автоматично визначають рівень шуму і підлаштовують параметри обробки або навіть змінюють сам метод у реальному часі. По-третє, застосування методів машинного навчання або нейромережевих підходів до попереднього

фільтрування або класифікації джерел може істотно підвищити стійкість до завад.

Також варто звернути увагу на впровадження покращених моделей антенного масиву, включаючи випадки із неповною апертурою, змінною амплітудною характеристикою або похибками фазового вирівнювання. Інтеграція реалістичної моделі середовища, що враховує багатопрореневість і відбиття, дозволить зробити результати ще ближчими до умов практичного використання. У цьому контексті можливим є розширення дослідження на тривимірні масиви, що відкриває нові можливості для тривимірного позиціонування джерел сигналу в просторі.

Висновки до розділу 3

У даному розділі було розроблено апаратну та програмну частину системи визначення напрямку надходження сигналу з використанням алгоритмів Root-MUSIC та ESPRIT. Апаратна складова базується на використанні мікрофонів Knowles SPH0645, які формують антенний масив, та обчислювальної платформи Jetson Nano, що забезпечує попередню обробку сигналів. Сформовано принципову схему підключення та реалізовано систему зчитування звукових сигналів у реальному часі.

Проведено тестування роботи системи для різних конфігурацій вхідних параметрів, включаючи кількість джерел, рівень шуму та просторову структуру масиву. Результати підтвердили працездатність і ефективність запропонованої архітектури. Також було здійснено порівняльний аналіз алгоритмів за критеріями точності, швидкодії, стійкості до шуму та вимог до геометрії антенного масиву. На основі цього аналізу сформовано таблицю для зручного представлення ключових показників системи.

Розроблена система демонструє практичну цінність як у дослідницьких, так і прикладних задачах, з можливістю масштабування, модифікації та інтеграції в інші проекти в галузі цифрової обробки сигналів і систем електронної розвідки.

ВИСНОВКИ

У межах кваліфікаційної бакалаврської роботи було виконано поставлені задачі, робота свідчить про те, що в рамках дослідження було успішно розроблено, реалізовано та протестовано програмну систему моделювання визначення напрямку надходження сигналу з використанням двох високоточних субпросторових методів – Root-MUSIC та ESPRIT. Аналіз їх функціонування у різних умовах, зокрема при змінному рівні шуму, кількості джерел, а також на основі даних, отриманих з симуляційної моделі рівномірно-лінійного антенного масиву, дозволив комплексно оцінити їхні можливості, обмеження та ефективність у задачах просторової фільтрації сигналів.

Результати моделювання показали, що обидва алгоритми здатні забезпечувати високу точність оцінювання напрямку надходження сигналів, особливо у випадках, коли співвідношення сигнал/шум є достатньо високим. Root-MUSIC продемонстрував надзвичайно високу роздільну здатність, зокрема у випадках, коли джерела сигналів знаходяться під близькими кутами. Цей метод виявився найбільш ефективним у контрольованих умовах з мінімальним впливом завад, і при достатній кількості відліків показав похибки менше одного градуса, що свідчить про його придатність до задач високоточного радіолокаційного моніторингу.

Алгоритм ESPRIT, у свою чергу, показав стабільні результати навіть при знижених значеннях SNR, підтвердивши свою високу стійкість до шуму. Завдяки меншій обчислювальній складності, аналітичній формі та швидкодії, ESPRIT є кращим вибором у випадках, коли система має обмежені ресурси, а також у реальному часі, де важливим є мінімізація затримки між прийомом та обробкою сигналу.

Окрему увагу було приділено розробці та використанню графічного інтерфейсу користувача, який дозволив динамічно змінювати параметри моделювання, контролювати обчислювальні процеси, а також візуалізувати результати у вигляді полярних діаграм та гістограм. Це значно підвищило

2025 р.

зручність користування системою і зробило її придатною як для наукового аналізу, так і для освітніх або інженерних завдань.

На основі побудованих графіків та обчислених метрик похибки вдалося показати, що метод ESPiRiT має перевагу у стабільності, тоді як Root-MUSIC демонструє кращу точність за умов відсутності сильних шумів. Це дає змогу рекомендувати їх як взаємодоповнюючі рішення, які можуть використовуватись в залежності від конкретної задачі, умов експлуатації та вимог до швидкості чи точності.

Важливим здобутком роботи є також глибоке порівняння алгоритмів, яке не обмежилось лише теоретичним аналізом, а включало числове тестування, візуалізацію результатів, побудову графіків похибок, а також дослідження впливу конфігурації антенного масиву. Усі отримані результати засвідчили відповідність реалізованих методів сучасним вимогам до систем визначення напрямку надходження сигналів і створили основу для подальших досліджень у цьому напрямку.

У підсумку можна зробити висновок, що поставлені в роботі задачі були повністю виконані, реалізовані алгоритми функціонують коректно, а сама система є надійною платформою для подальшого вдосконалення та впровадження в практичні радіотехнічні засоби обробки просторової інформації. Отримані результати можуть бути використані для побудови адаптивних систем позиціонування, удосконалення засобів радіолокації, а також у науково-дослідних розробках, пов'язаних з виявленням та аналізом джерел електромагнітного випромінювання.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Job M., Yadav R. A Study on High-Resolution Algorithms MUSIC, MVDR, ESPRIT, Beamspace, and Root-MUSIC for Narrowband Signals. *In book: Proceedings of Data Analytics and Management*. Singapore : Springer, 2023. P.133–143. DOI: 10.1007/978-981-99-6550-2_11.
2. M. Sierra Castañer, X. Zhang, Y. Zhang, X. Zhang. A Computationally Efficient and Virtualization-Free Two-Dimensional DOA Estimation Method for Nested Planar Array: RD-Root-MUSIC Algorithm. *Sensors (Basel)*. 2022. Vol. 22, No. 14. P. 1–13. DOI: 10.3390/s22145220.
3. Ahmad M., Zhang X., Lai X., Ali F., Shi X. Low-Complexity 2D-DOD and 2D-DOA Estimation in Bistatic MIMO Radar Systems: A Reduced-Dimension MUSIC Algorithm Approach. *Sensors (Basel)*. 2024. Vol. 24, No. 9. P. 1–14. DOI: 10.3390/s24092801.
4. Bencheikh M. L., Wang Y. Combined ESPRIT-Root MUSIC for DOA-DOD Estimation in Polarimetric Bistatic MIMO Radar. *Progress In Electromagnetics Research Letters*. 2025. Vol. 22. P. 109–117. DOI: 10.2528/PIERL11020301.
5. Veerendra D., Balamurugan K. S., Villagomez-Galindo M., Anand Khandare B., Optimizing Sensor Array DOA Estimation with the Manifold Reconstruction Unitary ESPRIT Algorithm. *IEEE Sensors Letters*. 2023. Vol. 7, Is. 12. P. 1–4. DOI: 10.1109/LSENS.2023.3327568.
6. Shi Y., Zhang X., Han S. Two-Dimensional DOA Estimation for Coprime Planar Arrays: From Array Structure Design to Dimensionality-Reduction Root MUSIC Algorithm. *Sensors (Basel)*. 2025. Vol. 25, No. 5. P. 1–19. DOI: 10.3390/s25051456.
7. NVIDIA Jetson Nano Developer Kit. URL: <https://evo.net.ua/nvidia-jetson-nano-developer-kit/?srsltid=AfmBOooJEroiMwWxSPLK-cS-rHsCSfAvZJsn8Y0ZOyELgGOuGRmqGft> (дата звернення: 18.05.2025).
8. SPH0645LM4H-B. URL: <https://www.digikey.com/en/products/detail/syntiant/SPH0645LM4H-B/5332440> (дата звернення: 18.05.2025).

9. Weiss S. Introduction to Array Processing. 2022. P. 1–45. URL: https://pure.strath.ac.uk/ws/portalfiles/portal/158236997/Weiss_UDRC_EURASIP_2022_Introduction_to_array_processing.pdf (Last accessed: 20.05.2025).
10. NumPy user guide. URL: <https://numpy.org/doc/1.25/user/index.html#user> (Last accessed: 20.05.2025).
11. Petotamas. pyArgus. URL: <https://github.com/petotamas/pyArgus> (Last accessed: 25.05.2025).
12. Signal Processing (scipy.signal). URL: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/tutorial/signal.html> (Last accessed: 25.05.2025).
13. Mehta K., Gupta I. Small Aperture Antenna Arrays for DOA Estimation. *Sensors*. 2025. Vol. 25, No. 12. P. 1–20. DOI: 10.3390/s25123606.
14. Understanding RF Propagation: Types and Properties. URL: <https://resources.pcb.cadence.com/blog/2023-understanding-rf-propagation-types-and-properties> (Last accessed: 25.05.2025).
15. Flores L.A.; Lomas I.; Guachalá L.; Lupera-Morillo P.; Álvarez R.; Llusi R. Direction of Arrival Estimation Based on Real Field Measurements and Modified Linear Regression. *Engineering Proceedings*. 2024. Vol. 77, Is. 1. P. 1–9. DOI: 10.3390/engproc2024077011.
16. Kulkarni S., Thakur A., Soni S., Hiwale A., Belsare M., Raj A. A Comprehensive Review of Direction of Arrival (DoA) Estimation Techniques and Algorithms. *Journal of Electronics and Electrical Engineering*. 2025. Vol. 4. P. 138–186. DOI: 10.37256/jeee.4120255708.

ДОДАТОК А

Код програми

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.linalg import eigh, svd, pinv
import sounddevice as sd

# === Початок ===
print("Початок роботи програми...")

# === Отримання даних ===
samplerate = 44100
duration = 1.0
channels = 4 # кількість мікрофонів у масиві
print("Запис сигналів з мікрофонного масиву...")
recording = sd.rec(int(samplerate * duration), samplerate=samplerate,
channels=channels, dtype='float64')
sd.wait()

# === Обробка даних ===
print("Обробка даних...")
X = np.array(recording).T
num_antennas = X.shape[0]
num_snapshots = X.shape[1]
R = X @ X.conj().T / num_snapshots

# === Робота алгоритмів ESPRIT та Root-MUSIC ===
print("Обрахунок напрямків...")

# Root-MUSIC
eigvals, eigvecs = eigh(R)
num_sources = 2
En = eigvecs[:, :-num_sources]
angles = np.arange(-90, 91)
P = np.zeros_like(angles, dtype=np.float64)
wavelength = 1.0
d = wavelength / 2

def steering_vector(angle_deg):
    angle_rad = np.radians(angle_deg)
```

```

k = 2 * np.pi / wavelength
n = np.arange(num_antennas)
return np.exp(1j * k * d * n * np.sin(angle_rad))

for i, theta in enumerate(angles):
    a = steering_vector(theta)
    P[i] = 1 / np.abs(a.conj().T @ En @ En.conj().T @ a)

# ESPRIT
U, _, _ = svd(R)
Us = U[:, -num_sources:]
Us1 = Us[:-1, :]
Us2 = Us[1:, :]
Phi = pinv(Us1) @ Us2
eigvals_ESPRIT = np.linalg.eigvals(Phi)
estimated_angles_ESPRIT = np.degrees(np.arcsin(np.angle(eigvals_ESPRIT) *
wavelength / (2 * np.pi * d)))
# === Перевірка результатів ===
valid = np.all(np.isfinite(estimated_angles_ESPRIT)) and
np.all(np.abs(estimated_angles_ESPRIT) <= 90)
if not valid:
    print("Результати некоректні. Перезапуск або фільтрація...")
else:
    # === Виведення результату ===
    print("Результати обчислення:")
    print("Кути (ESPRIT):", estimated_angles_ESPRIT)
    plt.figure(figsize=(10, 5))
    plt.subplot(1, 2, 1)
    plt.plot(angles, 10 * np.log10(P / np.max(P)))
    plt.title("Root-MUSIC Spectrum")
    plt.xlabel("Кут, °")
    plt.ylabel("Потужність (дБ)")
    plt.grid(True)
    plt.subplot(1, 2, 2)
    plt.polar(np.radians(estimated_angles_ESPRIT),
[1]*len(estimated_angles_ESPRIT), 'bx')
    plt.title("ESPRIT оцінені напрямки")
    plt.tight_layout()
    plt.savefig("output.png")
    plt.show()
    print("Роботу завершено.")

```